This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

#16782922

UC-NRLF

B 3 414 310

Foreign Dissertation
Univ. of Calif.
San Francisco

Leerlauf- und Kurzschlufsversuch in Theorie und Praxis

---

500 **Habilitationsschrift**

zur

Erlangung der Venia legendi

an der

Grofsherzoglichen technischen Hochschule

Fridericiana, ~~zu~~ Karlsruhe

vorgelegt

von

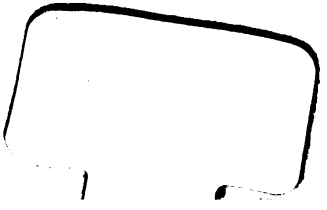
~~Ing.~~ Jens Lassen la Cour

capitalize

Braunschweig

Druck von Friedrich Vieweg und Sohn

1904



INHALT.

Kapitel I.

Die drei Hauptgleichungen eines elektrischen Stromkreises.

Seite

1. Prozentuale Spannungsänderung 10
2. Prozentuale Stromzunahme 13
3. Änderung der Phasenverschiebung 15
4. Maximale Leistung 17
5. Wirkungsgrad 20
6. Gleichungen eines symmetrischen Stromkreises 25
7. Einfluß der Periodenzahl und der Kurvenform der Primärspannung auf die Konstanten eines Stromkreises 28

Kapitel II.

Arbeitsübertragungsleitungen.

Kompoundierung einer Arbeitsübertragung 37

Kapitel III.

Transformatoren.

1. Leerlauf 43
2. Kurzschluß 48
3. Wirkungsgrad 49
4. Beispiel 51

Kapitel IV.

Asynchronmaschinen.

1. Leerlauf 55
2. Kurzschluß 61
3. Wirkungsgrad 62
4. Leistungsfaktor 63
5. Maximale Leistung 63
6. Beispiel 64
7. Widerstand und Reaktanz der Stator- und Rotorwicklung 65

Kapitel V.

Synchronmaschinen.

1. Leerlauf 70
2. Kurzschluß 70
3. Spannungserhöhung 73

Seite
4. Wirkungsgrad 74
5. Maximale Leistung 75
6. Maximale Leistung der Reaktionsmaschine 77
7. Leistungsfaktor 78
8. Beispiel 78

Kapitel VI.

Gleichstrommaschinen.

1. Leerlauf 89
2. Kurzschluß 89
3. Spannungserhöhung 90
4. Maximale Leistung 91
5. Wirkungsgrad 92
6. Kommutation 93

Kapitel VII.

Schlußwort.

Kapitel I.

Die drei Hauptgleichungen eines elektrischen Stromkreises.

Die ausgedehnte Anwendung des Leerlauf- und Kurzschlußversuches in der Starkstromtechnik und die große Ähnlichkeit aller elektrischen Stromkreise in bezug auf ihr äußeres Verhalten führt uns unwillkürlich auf den Gedanken, daß für alle dieselben Gesetze gelten. — Dies ist in der Tat auch der Fall und wir brauchen zur Ableitung dieser Gesetze außer des erweiterten Ohmschen Gesetzes nur noch das Gesetz der Superposition.

Wir werden im folgenden die Bedeutung des Leerlauf- und Kurzschlußversuches für einen Stromkreis allgemeinster Art ableiten und zwar unter der Annahme, daß das Gesetz der Superposition überall angewandt werden kann, d. h. daß die von irgend einer Ursache im Stromkreise herbeigeführte Wirkung davon unabhängig ist, ob noch andere Ursachen vorhanden sind oder nicht. Eine EMK erzeugt somit dieselben Ströme im Stromkreise, ob noch andere EMKe vorhanden sind oder nicht, und ein Strom erzeugt dieselben Spannungsabfälle im Stromkreise, ob noch andere Ströme vorhanden sind oder nicht. — Ferner nehmen wir vorläufig an, daß die primäre EMK des Stromkreises sinusförmig und durch den Vektor $\dot{E}_0$ gegeben ist.

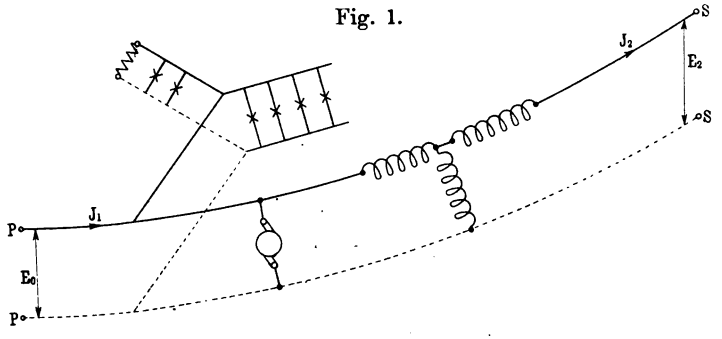
Fig. 1 (a. f. S.) zeigt das Schema eines derartigen allgemeinen Stromkreises, der sowohl Transformatoren, wie Umformer und andere elektrischen Maschinen enthalten kann.

Zwischen den Klemmen PP kann man sich die primäre EMK $\dot{E}_0$ wirksam denken, während zwischen den Klemmen SS an irgend einer Stelle des Stromkreises eine Belastung W_2 angebracht ist. Wir werden nun den Einfluß dieser Belastung, die durch den Spannungsvektor $\dot{E}_2$ und den Stromvektor $\dot{J}_2$ gegeben ist, auf den elektrischen Zustand des Stromkreises studieren. Die

beiden Vektoren $\underline{E}_2$ und $\underline{J}_2$ bilden den Winkel φ_2 miteinander, so daß $W_2 = E_2 J_2 \cos \varphi_2$.

Zunächst möge der ganze Stromkreis unbelastet und ferner die Klemmen SS offen bleiben. Die primäre EMK $\underline{E}_0$ werde

Fig. 1.



dann derartig reguliert, daß sich zwischen den Klemmen SS die der Belastung W_2 entsprechende Spannung $\underline{E}_2$ einstellt. Es wird bei diesem Zustand der Anlage, der als Leerlauf bezeichnet wird, der Stromquelle ein Strom J_0 entnommen. Man kann setzen:

$$\underline{E}_{0,0} = C_1 \underline{E}_2$$

und

$$\underline{J}_0 = \underline{E}_{0,0} Y_0,$$

wo alle Größen symbolisch aufzufassen sind. $C_1 = \gamma_1 e^{j\psi_1}$ ist eine komplexe Zahl, die das Verhältnis zwischen den beiden Vektoren $\underline{E}_{0,0}$ und $\underline{E}_2$ angibt. Y_0 gibt ein Maß für die elektrische Leitfähigkeit des Stromkreises und kann als die Admittanz desselben bezeichnet werden. Es ist:

$$Y_0 = g_0 + j b_0 = y_0 e^{j\varphi_0}.$$

J_0 ist der Leerlaufstrom des Stromkreises und hat die Wattkomponente $E_{0,0} g_0$ und die wattlose Komponente $E_{0,0} b_0$. Der durch den Leerlaufstrom J_0 bedingte Wattverlust wird somit gleich:

$$W_0 = E_{0,0}^2 g_0.$$

Jetzt schaffen wir einen zweiten Zustand im Stromkreise, indem die Klemmen SS durch eine widerstandslose Verbindung kurzgeschlossen werden und man die primäre EMK $\underline{E}_k$ so reguliert, daß durch die Klemmen SS ein der Belastung entsprechender Strom $\underline{J}_2$ fließt. Es wird bei diesem Zustande des Stromkreises, der als Kurzschluß bezeichnet wird, der Stromquelle ein Strom $\underline{J}_{1,k}$ entnommen. Es ist symbolisch:

$$\underline{J}_{1,k} = C_2 \underline{J}_2$$

und

$$\underline{E}_k = \underline{J}_{1,k} Z_k.$$

$C_2 = \gamma_2 e^{j\psi_2}$ ist wie C_1 eine komplexe Zahl, die das Verhältnis zwischen den Stromvektoren $J_{1,k}$ und J_2 angibt. Z_k gibt ein Maß für den scheinbaren elektrischen Widerstand des Stromkreises und kann als die Impedanz desselben bezeichnet werden. Es ist:

$$Z_k = r_k - j\,x_k = z_k e^{-j\varphi_k}.$$

E_k ist die Kurzschlußspannung des Stromkreises in bezug auf die Klemmen SS und hat die Wattkomponente $J_{1,k}\,r_k$ und die wattlose Komponente $J_{1,k}\,x_k$. Der durch den Kurzschlußstrom bedingte Wattverlust wird gleich:

$$W_k = J_{1,k}^2\,r_k.$$

Nachdem wir diese beiden Zustände, Leerlauf und Kurzschluß des Stromkreises, betrachtet haben, gehen wir zu dem normalen Belastungszustand über. Zu diesem gelangt man, indem man von Leerlauf, $J_2 = 0$, ausgehend, ohne die Spannung E_2 zu verändern, den die Klemmen S passierenden Strom allmählich erhöht, oder indem man vom Kurzschluß ausgehend, ohne den Strom J_2 zu verändern, die Spannung zwischen den Klemmen S allmählich steigert. Die Spannung E_2 zwischen den Klemmen S bedingt an den Klemmen P einen EMK-Vektor $C_1 E_2$ und einen Stromvektor $J_0 = E_{0,0}\,Y_0$. Der Strom J_2 durch die Klemmen S bedingt in gleicher Weise an den Klemmen P einen Stromvektor $C_2 J_2$ und einen EMK-Vektor $E_k = J_{1,k} Z_k$. Da zwei Zustände im Stromkreise sich nicht beeinflussen, so erhält man durch Übereinanderlagerung der beiden Zustände bei Leerlauf und Kurzschluß den Belastungszustand. An den Primärklemmen ergibt sich somit bei Belastung der EMK-Vektor:

$$E_0 = E_{0,0} + E_k = C_1 E_2 + J_{1,k} Z_k,$$

und der Stromvektor:

$$J_1 = J_0 + J_{1,k} = E_0\ Y_0 + C_2 J_2,$$

oder da

$$J_{1,k} = C_2 J_2 \quad \text{und} \quad E_{0,0} = C_1 E_2$$

$$E_0 = C_1 E_2 + C_2 J_2 Z_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

und

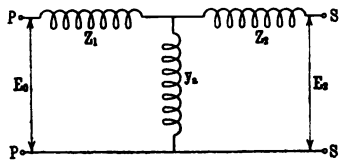
$$J_1 = C_2 J_2 + C_1 E_2 Y_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

Diese beiden Gleichungen sind die Hauptgleichungen[1]) des Stromkreises und ermöglichen stets den Zustand desselben für jede beliebige Belastung $W_2(E_2, J_2)$ zu bestimmen. Wie aus

[1]) Diese Gleichungen sind eine Verallgemeinerung der von Ad. Franke, ETZ. 1891, S. 459 abgeleiteten Gleichungen einer Leitung mit verteiltem Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion.

den Gleichungen (I) und (II) ersichtlich, ist jeder Stromkreis durch vier Konstanten C_1, C_2, Y_0 und Z_k bestimmt. Es läßt sich aber nachweisen, daß zwischen diesen vier Größen stets eine bestimmte Relation besteht, so daß nur drei Konstanten genügen, um einen Stromkreis zu charakterisieren.

Fig. 2.



Betrachten wir zuerst den in Fig. 2 dargestellten Stromkreis mit den eingeschriebenen Konstanten Z_1, Z_2 und Y_a, so kann man für denselben die Konstanten Z_k, Y_0, C_1 und C_2 berechnen.

Bei Leerlauf nimmt dieser Stromkreis einen Strom J_0 auf; es ist:

$$J_0 = \frac{E_{0,0}}{Z_1 + \frac{1}{Y_a}} = \frac{E_{0,0}\, Y_a}{1 + Z_1\, Y_a} = E_{0,0}\, Y_0.$$

Die Sekundärspannung E_2 ist gleich:

$$E_2 = E_{0,0} - J_0 Z_1 = E_{0,0} - \frac{E_{0,0}\, Y_a\, Z_1}{1 + Z_1\, Y_a} = \frac{E_{0,0}}{1 + Z_1\, Y_a} = \frac{E_{0,0}}{C_1}.$$

Es ist somit für diesen Stromkreis:

$$C_1 = 1 + Z_1\, Y_a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und

$$Y_0 = \frac{Y_a}{C_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Bei Kurzschluß ergibt sich der Primärstrom:

$$J_{1,k} = J_2 + J_2 Z_2\, Y_a = J_2\,(1 + Z_2\, Y_a) = J_2\, C_2$$

und die Kurzschlußspannung:

$$E_k = J_2 Z_2 + J_{1,k} Z_1 = J_{1,k}\left(Z_1 + \frac{Z_2}{C_2}\right) = J_{1,k} Z_k.$$

Es ist also

$$C_2 = 1 + Z_2\, Y_a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{C_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (1) bis (4) ergibt sich durch Multiplikation von Z_k und Y_0:

$$Z_k\, Y_0 = \left(Z_1 + \frac{Z_2}{C_2}\right)\frac{Y_a}{C_1} = \frac{Y_a Z_1}{C_1} + \frac{Y_a Z_2}{C_1 C_2}$$
$$= \frac{C_1 - 1}{C_1} + \frac{C_2 - 1}{C_1 C_2} = 1 - \frac{1}{C_1 C_2}$$

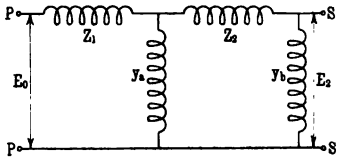
oder

$$C_1 C_2 (1 - Y_0 Z_k) = 1.$$

Wir haben somit eine Relation zwischen Y_0, Z_k, C_1 und C_2 erhalten. Dies war auch vorauszusehen; denn es können die vier Konstanten Y_0, Z_k, C_1 und C_2 durch die drei Größen Z_1, Z_2 und Y_a ausgedrückt werden.

Betrachten wir ferner den Stromkreis, Fig. 3, mit den vier Konstanten Z_1, Z_2, Y_a und Y_b, so ergibt sich für diesen in gleicher Weise wie oben:

Fig. 3.



$$\dot{J}_0 = \frac{\dot{E}_{0,0}}{Z_1 + \cfrac{1}{Y_a + \cfrac{1}{Z_2 + \cfrac{1}{Y_b}}}}$$

$$= \dot{E}_{0,0} \frac{Y_a + Y_b + Y_a Y_b Z_2}{1 + Y_a Z_1 + Y_b Z_2 + Y_a Y_b Z_1 Z_2 + Y_b Z_1} = \dot{E}_{0,0} Y_0;$$

und da

$$\dot{E}_{0,0} = \dot{E}_2 (1 + Y_b Z_2)(1 + Y_a Z_1) + \dot{E}_2 Y_b Z_1$$
$$= \dot{E}_2 (1 + Y_a Z_1 + Y_b Z_2 + Y_a Y_b Z_1 Z_2 + Y_b Z_1) = \dot{E}_2 C_1,$$

so wird für diesen Stromkreis

$$C_1 = 1 + Y_a Z_1 + Y_b Z_2 + Y_a Y_b Z_1 Z_2 + Y_b Z_1 \quad . \quad (5)$$

und

$$\left.\begin{aligned} Y_0 &= \frac{Y_a + Y_b + Y_a Y_b Z_2}{1 + Y_a Z_1 + Y_b Z_2 + Y_a Y_b Z_1 Z_2 + Y_b Z_1} \\ &= \frac{Y_a + Y_b + Y_a Y_b Z_2}{C_1} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (6)$$

Bei Kurzschluß ergeben sich der Primärstrom:

$$\dot{J}_{1,k} = \dot{J}_2 + \dot{J}_2 Z_2 Y_a = \dot{J}_2 (1 + Z_2 Y_a) = \dot{J}_2 C_2,$$

und die Kurzschlußspannung:

$$\dot{E}_k = \dot{J}_2 Z_2 + \dot{J}_{1,k} Z_1 = \dot{J}_{1,k} \left(Z_1 + \frac{Z_2}{C_2}\right) = \dot{J}_{1,k} Z_k.$$

Es ist also auch hier

und

$$C_2 = 1 + Z_2 Y_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{C_2} = \frac{Z_1 C_2 + Z_2}{C_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Durch Multiplikation von Z_k und Y_0 erhalten wir aus den vier Gleichungen (5) bis (8):

$$Z_k Y_0 = \frac{Y_a + Y_b + Y_a Y_b Z_2}{C_1} \cdot \frac{Z_1 C_2 + Z_2}{C_2}$$

oder

$$C_1 C_2 Z_k Y_0 = C_2(Z_1 Y_a + Z_1 Y_b + Y_a Y_b Z_1 Z_2) + Z_2 Y_a + Z_2 Y_b + Y_a Y_b Z_2^2 = C_2 (1 + Z_1 Y_a + Z_2 Y_b + Y_a Y_b Z_1 Z_2 + Z_1 Y_b) - 1 = C_2 C_1 - 1.$$

Hieraus folgt, daß auch für den Stromkreis (Fig. 3) die Beziehung besteht:

$$C_1 C_2 (1 - Y_0 Z_k) = 1.$$

Jeder Stromkreis ist durch die vier Konstanten C_1, C_2, Y_0 und Z_k bestimmt. Da diese vier Größen sich durch vier andere unabhängige Konstanten Z_1, Z_2, Y_a und Y_b ausdrücken lassen, so läßt sich jeder elektrische Stromkreis stets durch einen äquivalenten Stromkreis nach dem Schema Fig. 3 ersetzen. Für diesen gilt die obige Beziehung, die deswegen allgemeine Gültigkeit erhält.

$$C_1 C_2 (1 - Y_0 Z_k) = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III)}$$

ist somit die dritte Hauptgleichung eines elektrischen Stromkreises. Aus dieser folgt, daß nur drei Messungen erforderlich sind, um die vier Konstanten C_1, C_2, Y_0 und Z_k zu bestimmen.

Aus der Gleichung III folgt:

$$1 - Y_0 Z_k = 1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k) - j\, y_0 z_k \sin(\varphi_0 - \varphi_k) = \frac{1}{C_1 C_2}$$

$$= \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2 e^{j(\psi_1 + \psi_2)}} = \frac{e^{-j(\psi_1 + \psi_2)}}{\gamma_1 \gamma_2} = \frac{\cos(\psi_1 + \psi_2)}{\gamma_1 \gamma_2} - j \frac{\sin(\psi_1 + \psi_2)}{\gamma_1 \gamma_2},$$

also

$$\frac{\cos(\psi_1 + \psi_2)}{\gamma_1 \gamma_2} = 1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)$$

und

$$\frac{\sin(\psi_1 + \psi_2)}{\gamma_1 \gamma_2} = y_0 z_k \sin(\varphi_0 - \varphi_k),$$

woraus folgt

$$\gamma_1 \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k) + y_0^2 z_k^2}}$$

oder

$$\gamma_1 \gamma_2 \cong \frac{1}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}$$

und

$$tg(\psi_1 + \psi_2) = \frac{y_0 z_k \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}.$$

Führen wir in diesen beiden Formeln den Leerlaufstrom $J_0 = E_0 y_0$ und den Kurzschlußstrom $J_k = \frac{E_0}{z}$ bei der Primärspannung E_0 ein, so erhalten wir die folgenden Ausdrücke:

$$\gamma_1 \gamma_2 = \frac{1}{1 - \frac{J_0}{J_k} \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = \frac{J_k}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} \quad (9)$$

und

$$tg(\psi_1 + \psi_2) = \frac{J_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} \quad \ldots \quad (10)$$

Wie hieraus ersichtlich, ist $\gamma_1 \gamma_2$ um so größer, je größer der Leerlaufstrom J_0 im Verhältnis zum Kurzschlußstrome J_k ist; $\psi_1 + \psi_2$ dagegen hängt hauptsächlich von der Differenz $(\varphi_0 - \varphi_k)$ der beiden Phasenverschiebungswinkel bei Leerlauf und Kurzschluß ab. Wird außer Y_0 und Z_k entweder $C_1 = \gamma_1 e^{j\psi_1}$ oder $C_2 = \gamma_2 e^{j\psi_2}$ gemessen, so läßt die andere Konstante sich leicht mittels der Formeln (9) und (10) berechnen.

Es ist in vielen Fällen unmöglich und unter jedem Umstande schwierig, C_1 und C_2 direkt zu messen, da die beiden Zahlen komplexe Größen sind. Die absoluten Beträge derselben ergeben sich aus dem Leerlauf- und Kurzschlußversuch:

$$\gamma_1 = \frac{E_{0,0}}{E_2} \quad \text{und} \quad \gamma_2 = \frac{J_{1,k}}{J_2}.$$

Der Winkel ψ_1 ist der Phasenverschiebungswinkel zwischen der primären und der sekundären Spannung bei Leerlauf und der Winkel ψ_2 der Phasenverschiebungswinkel zwischen dem Primär- und dem Sekundärstrom bei Kurzschluß. Diese Phasenverschiebungswinkel sind klein und deswegen schwierig zu messen. Bei großen Entfernungen zwischen den Primär- und Sekundärklemmen ist es sogar ganz unmöglich, diese Winkel genau experimentell zu bestimmen. — Es soll deswegen im folgenden gezeigt werden, wie man diese beiden Winkel am einfachsten experimentell bestimmen kann.

Aus den drei Hauptgleichungen erhält man durch einfache Rechnungen:

$$\underline{E}_0 - \underline{J}_1 Z_k = C_1 \underline{E}_2 (1 - Y_0 Z_k) = \frac{\underline{E}_2}{C_2}$$

oder

$$\underline{E}_2 = C_2 (\underline{E}_0 - \underline{J}_1 Z_k) \quad \ldots \quad (\text{I A})$$

und

$$\underline{J}_1 - \underline{E}_0 Y_0 = C_2 \underline{J}_2 (1 - Y_0 Z_k) = \frac{\underline{J}_2}{C_1}$$

oder

$$\underline{J}_2 = C_1 (\underline{J}_1 - \underline{E}_0 Y_0) \quad \ldots \quad (\text{II A})$$

Diese beiden Gleichungen sind den Hauptgleichungen I und II vollständig äquivalent und analog. Während es aber mittels der

Gleichungen I und II möglich ist, bei gegebener Sekundärbelastung ($\underline{E}_2$, $\underline{J}_2$) die Primärspannung $\underline{E}_0$ und den Primärstrom $\underline{J}_1$ zu berechnen, so können die beiden Gleichungen I A und II A zur Berechnung von $\underline{E}_2$ und $\underline{J}_2$ dienen, wenn die Belastung ($\underline{E}_0$, $\underline{J}_1$) an der Primärstation bekannt ist. Setzen wir den Primärstrom $J_1 = 0$, so wird den Sekundärklemmen ein Strom

$$\underline{J}_2 = - C_1 \underline{E}_0 Y_0$$

zufließen und die Sekundärspannung ist gleich $\underline{E}_2 = C_2 \underline{E}_0$.

Dieser Zustand des Stromkreises wird erhalten, wenn man die Spannung $\underline{E}_2$ auf die Sekundärklemmen einwirken läßt, während die Primärklemmen offen bleiben. Von den Sekundärklemmen wird dann ein Strom

$$\underline{J}_{2,0} = - \underline{J}_2 = C_1 \underline{E}_0 Y_0 = \underline{E}_{2,0} \frac{C_1}{C_2} Y_0 = \underline{E}_{20} Y_0'$$

in den Stromkreis hineinfließen und die Spannung an den Sekundärklemmen ist gleich

$$\underline{E}_{2,0} = C_2 \underline{E}_0.$$

Wie hieraus ersichtlich, ist

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Y_0'}{Y_0},$$

wo Y_0' die Admittanz des Stromkreises bei offenen Primärklemmen bedeutet.

Schließt man nun die Primärklemmen kurz ($\underline{E}_0 = 0$) und setzt Spannung auf die Sekundärklemmen, so wird ein Strom

$$\underline{J}_{2k} = C_1 \underline{J}_1$$

in den Stromkreis hineinfließen und es ist die Kurzschlußspannung an den Sekundärklemmen:

$$\underline{E}_{2k} = - \underline{E}_2 = C_2 \underline{J}_1 Z_k = \underline{J}_{2k} \frac{C_2 Z_k}{C_1} = \underline{J}_{2k} Z_k'.$$

Z_k' ist die Impedanz des Stromkreises bei kurzgeschlossenen Primärklemmen, und es ist

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Z_k}{Z_k'}.$$

Aus den drei Hauptgleichungen haben wir somit die folgende Beziehung

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{Z_k}{Z_k'} = \frac{Y_0'}{Y_0} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(III A)}$$

abgeleitet, woraus folgt:

$$\Delta \psi = \psi_1 - \psi_2 = \varphi_k' - \varphi_k = \varphi_0' - \varphi_0 \quad \ldots \quad (11)$$

oder

$$\Delta \psi = \tfrac{1}{2} (\varphi_k' - \varphi_k + \varphi_0' - \varphi_0) \ldots\ldots \quad (11\,a)$$

Aus den Formeln (10) und (11) lassen sich jetzt ψ_1 und ψ_2 leicht berechnen. Es ist nämlich:

$$\psi_1 = \tfrac{1}{2}(\psi_1 + \psi_2 + \Delta\psi)$$

und

$$\psi_2 = \tfrac{1}{2}(\psi_1 + \psi_2 - \Delta\psi).$$

Um C_1, C_2, Y_0 und Z_k zu bestimmen, führt man am zweckmässigsten drei von den folgenden vier Messungen aus. Zur Kontrolle ist es auch günstig, alle vier Messungen durchzuführen.

1. Zuerst mißt man bei offenen Sekundärklemmen die Primärspannung E_{00}, den Leerlaufstrom J_0, den Leerlaufverlust W_0 und die Sekundärspannung E_2. Hieraus ergibt sich:

$$Y_0 = g_0 + j\,b_0 = y_0\,e^{j\varphi_0};$$

denn es ist

$$y_0 = \frac{J_0}{E_{00}}$$

und

$$\varphi_0 = arc\,cos\left(\frac{W_0}{J_0\,E_{00}}\right).$$

Ferner ist

$$\gamma_1 = \frac{E_{00}}{E_2}.$$

2. Alsdann mißt man bei kurzgeschlossenen Sekundärklemmen die Primärspannung E_k, den Kurzschlußstrom J_{1k}, den Kurzschlußverlust W_k und den Sekundärstrom J_2. Aus diesen Größen ergibt sich:

$$Z_k = r_k - j\,x_k = z_k\,e^{-j\varphi_k},$$

denn es ist

$$z_k = \frac{E_k}{J_{1k}}$$

und

$$\varphi_k = arc\,cos\left(\frac{W_k}{E_k\,J_{1k}}\right).$$

Ferner ist

$$\gamma_2 = \frac{J_{1k}}{J_2}.$$

3. Hierauf mißt man bei offenen Primärklemmen die Spannung $E_{2,0}$, den Strom J_{20} und die Leistung W_0' an den Sekundärklemmen und die Primärspannung E_0. Aus den drei ersten Größen ergibt sich:

$$\varphi_0' = arc\,cos\left(\frac{W_0'}{E_{20}\,J_{20}}\right);$$

ferner ist

$$\gamma_2 = \frac{E_{20}}{E_0}.$$

4. Zuletzt mißt man noch bei kurzgeschlossenen Primärklemmen die Spannung E_{2k}, den Strom J_{2k} und die Leistung W_k' an den Sekundärklemmen und den Primärstrom J_1. Man erhält aus diesen Größen

$$\varphi_k' = arc\ cos\left(\frac{W_k'}{E_{2k} J_{2k}}\right)$$

und

$$\gamma_1 = \frac{J_{2k}}{J_1}.$$

Aus den vier Phasenverschiebungswinkeln φ_0, φ_k, φ_0' und φ_k' ergibt sich der Winkel $\Delta\psi$ nach der Formel (11).

Es ist oft der Fall, daß die Spannung zwischen den Primärklemmen und Sekundärklemmen transformiert wird. In dem Falle bedeuten in den obigen Formeln $\dot{E}_2$ und $\dot{J}_2$ die sekundäre Spannung und Stromstärke, reduziert auf das primäre System. In dieser Weise kann das Übersetzungsverhältnis u der Transformation in den weiteren Rechnungen überall vermieden werden.

Wir werden nun der Reihe nach die verschiedenen Größen berechnen, welche die elektrische Arbeitsweise des Stromkreises charakterisieren.

1. Prozentuale Spannungsänderung.

Wünscht man, daß die Spannung zwischen den Klemmen S von Leerlauf bis Normallast W_2 konstant bleiben soll, so muß die primäre EMK mit der Belastung geändert werden. Diese Spannungsänderung drücken wir am besten in Prozenten von der Leerlaufspannung $E_{0,0}$ aus. Die Änderung ist gewöhnlich eine Erhöhung, aus welchem Grunde man auch

$$\frac{E_0 - E_{0,0}}{E_{0,0}}\ 100 = \varepsilon\ \%$$

die prozentuale Spannungserhöhung nennt. Um diese zu berechnen, führen wir eine neue Spannung:

$$\dot{E}_2' = \frac{C_1}{C_2}\,\dot{E}_2$$

ein. Da $\frac{C_1}{C_2}$ eine komplexe Zahl ist, so wird $\dot{E}_2'$ sowohl in Größe als Phase von $\dot{E}_2$ verschieden. Statt $C_1 \dot{E}_2$ erhalten wir also in der Gleichung (I) $C_2 \dot{E}_2'$ und dieselbe wird nunmehr lauten:

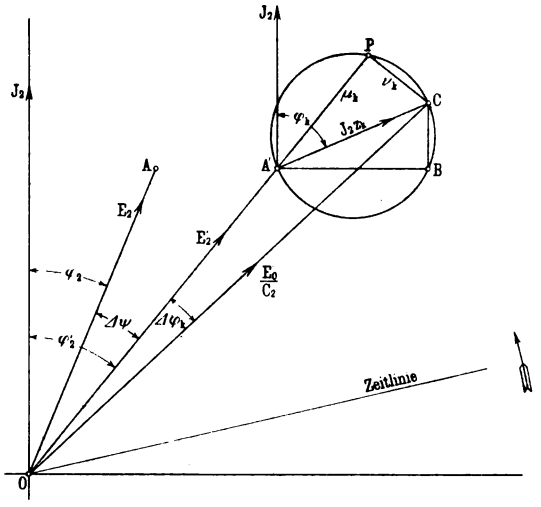
$$\dot{E}_0 = C_2\,(\dot{E}_2' + \dot{J}_2 Z_k)$$

oder

$$\frac{\dot{E}_0}{C_2} = \dot{E}_2' + \dot{J}_2 Z_k.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich E_0 berechnen, wenn E_2 und J_2 gegeben sind. Die Berechnung geschieht am besten graphisch, wie die Fig. 4 zeigt. In dieser ist J_2 in der Richtung der Ordi-

Fig. 4.



natenachse, $E_2 = \overline{OA}$ unter dem Winkel φ_2 und $E_2' = \overline{OA'}$ unter dem Winkel φ_2' dazu aufgetragen. Von A' nach C unter dem Winkel $\varphi_k = arctg \frac{x_k}{r_k}$ zur Ordinatenachse ist der Vektor $J_2 Z_k$ aufgetragen, so daß $\overline{OC} = \frac{E_0}{C_2}$. Da

$$\overline{OA} = E_2' = \frac{C_1}{C_2} E_2 = \frac{E_{0,0}}{C_2},$$

so kann die prozentuale Spannungserhöhung ε % folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\varepsilon\ \% = \frac{E_0 - E_{0,0}}{E_{0,0}} 100 = \frac{\overline{OC} - \overline{OA'}}{\overline{OA'}} 100.$$

Über den Durchmesser $\overline{A'C}$ beschreibt man einen Kreis und verlängert den Strahl $\overline{OA'}$ bis zum Schnittpunkte P mit diesem Kreise; es wird dann $\overline{A'B} = J_2 r_k$ und $\overline{BC} = J_2 x_k$.

Setzen wir vorläufig die Strecken

$$\overline{A'P} = \mu_k \overline{OA'} \quad \text{und} \quad \overline{CP} = \nu_k \overline{OA'},$$

so ergibt sich in einfacher Weise aus der Fig. 4:

$$\varepsilon = \frac{\overline{OC} - \overline{OA'}}{\overline{OA'}} = \sqrt{(1 + \mu_k)^2 + \nu_k^2} - 1$$
$$= \sqrt{1 + 2\mu_k + \mu_k^2 + \nu_k^2} - 1.$$

Bei Entwicklung dieser Wurzel in eine Reihe ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{\pm 2\mu_k + \mu_k^2 + \nu_k^2}{2} - \frac{4\mu_k^2 \pm 4\mu_k(\mu_k^2+\nu_k^2) + (\mu_k^2+\nu_k^2)^2}{8} + \cdots$$

$$= \pm\mu_k + \frac{\nu_k^2}{2} \pm \frac{\mu_k(\mu_k^2+\nu_k^2)}{2} - \cdots$$

Für $\mu_k = \nu_k = 0{,}2$ wird das letzte Glied $\mu_k^3 = \frac{8}{1000}$ und kann somit in den meisten Fällen vernachlässigt werden.

Setzen wir

$$\overline{A'P} = \frac{\mu_k}{100}\,\overline{OA'} \quad \text{und} \quad \overline{CP} = \frac{\nu_k}{100}\,\overline{OA'},$$

indem μ_k und ν_k nicht als Verhältnisse, sondern als Prozente aufzufassen sind, so wird die prozentuale Spannungserhöhung:

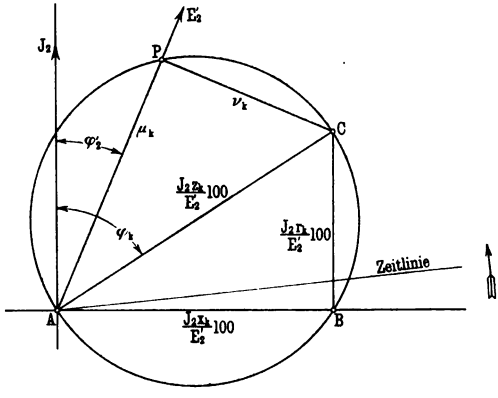
$$\varepsilon\,\% = \frac{E_0 - E_{0,0}}{E_{0,0}}\,100 = \pm\mu_k + \frac{\nu_k^2}{200} \quad \cdots \quad \text{(IV)}$$

Das negative Vorzeichen von μ_k bezieht sich auf Phasenvoreilungswinkel φ_2', die größer als $\frac{\pi}{2} - \varphi_k$ sind.

Um also die prozentuale Spannungserhöhung zu bestimmen, berechnet man zuerst:

$$E_2' = \frac{C_1}{C_2}\,E_2,$$

Fig. 5.



trägt (Fig. 5) die Strecke $\overline{AC} = J_2 Z_k$ in Prozenten von E_2' unter dem Winkel φ_k zur Ordinatenachse auf, beschreibt um dieselbe als Durchmesser einen Kreis und zieht einen Strahl $\overline{AP}$ unter dem Winkel φ_2' zur Ordinatenachse. Es wird also:

$$AB = \frac{J_2 x_k}{E_2'}\,100, \quad BC = \frac{J_2 r_k}{E_2'}\,100,$$

und die prozentuale Spannungserhöhung:

$$\varepsilon\,\% = \pm\overline{AP} + \frac{\overline{CP}^2}{200}.$$

Dieselbe wird ein Maximum, wenn $\varphi_2' = \varphi_k$. Bei $\varphi_2' = 0$ wird:

$$\mu_k = \frac{J_2 r_k}{E_2'} 100 \quad \text{und} \quad \nu_k = \frac{J_2 x_k}{E_2'} 100;$$

also ist in diesem Falle:

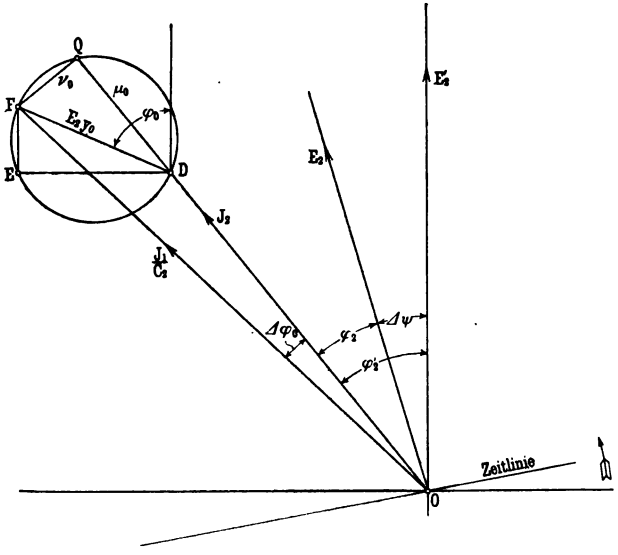
$$\varepsilon\ \% = 100 \left\{ \frac{J_2 r_k}{E_2'} + \frac{1}{2} \left(\frac{J_2 x_k}{E_2'} \right)^2 \right\}.$$

Die Fig. 5 kann passend als Kurzschlußdiagramm des Stromkreises bezeichnet werden.

2. Prozentuale Stromzunahme.

Die Spannung E_2 zwischen den Klemmen S bedingt, wie wir gesehen haben, einen Leerlaufstrom. Durch diesen Leerlaufstrom wird der Belastungsstrom J_1 grösser als der Kurzschlußstrom $J_{1,k}$. Läßt man, vom Kurzschlußzustand der Anlage ausgehend, die Spannung allmählich zunehmen, so nimmt J_1 auch

Fig. 6.



zu und unsere Aufgabe ist jetzt, die prozentuale Stromzunahme von Kurzschluß bis Normallast zu berechnen; diese ist gleich:

$$j\ \% = \frac{J_1 - J_{1,k}}{J_{1,k}} 100.$$

In dem

$$C_1 E_2 = C_2 E_2'$$

geht die Gleichung II über in

$$J_1 = C_2 (J_2 + E_2' Y_0).$$

Auch diese Gleichung läßt sich graphisch ausdrücken. In Fig. 6 (a. v. S.) ist E_2' in der Richtung der Ordinatenachse und $J_2 = \overline{OD}$ unter dem Winkel φ_2' dazu aufgetragen. Von D nach F, unter dem Winkel $\varphi_0 = arc\,tg\,\frac{b_0}{g_0}$ zur Ordinatenachse, ist der Vektor $E_2' Y_0$ aufgetragen, so daß

$$\overline{OF} = \frac{J_1}{C_2}.$$

Da ferner

$$\overline{OD} = J_2 = \frac{J_{1,k}}{C_2},$$

so kann die prozentuale Stromzunahme $j\,\%$ gesetzt werden:

$$j\,\% = \frac{J_1 - J_{1,k}}{J_{1,k}}\,100 = \frac{\overline{OF} - \overline{OD}}{\overline{OD}}\,100.$$

Über $\overline{OF}$ beschreibt man einen Kreis und verlängert den Strahl OD bis zum Schnittpunkte Q mit demselben; es wird dann:

$$\overline{DE} = E_2' b_0 \quad \text{und} \quad \overline{EF} = E_2' g_0.$$

Setzen wir hier die Strecken

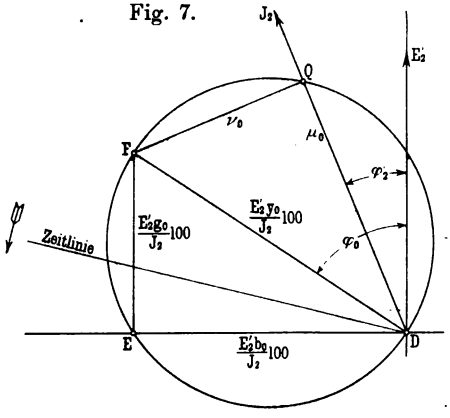
$$\overline{DQ} = \frac{\mu_0}{100}\,\overline{OD} \quad \text{und} \quad \overline{FQ} = \frac{\nu_0}{100}\,\overline{OD},$$

so wird die prozentuale Stromzunahme:

$$j\,\% = \frac{J_1 - J_{1,k}}{J_{1,k}}\,100 = \pm\,\mu_0 + \frac{\nu_0^2}{200} \quad \cdots \quad (V)$$

Das negative Vorzeichen von μ_0 bezieht sich auf Phasenvoreilungswinkel φ_2', die größer als $\frac{\pi}{2} - \varphi_0$ sind.

Fig. 7.



Um also die prozentuale Stromzunahme zu bestimmen, berechnet man zuerst

$$E_2' = \frac{C_1}{C_2}\,E_2,$$

trägt (Fig. 7) die Strecke $\overline{DF} = E_2' y_0$ in Prozenten von J_2 unter dem Winkel φ_0 zur Ordinatenachse auf, beschreibt um dieselbe als Durchmesser einen Kreis

und zieht einen Strahl DQ unter dem Winkel φ_2' zur Ordinatenachse. Es wird also:

$$\overline{DE} = \frac{E_2' b_0}{J_2} 100, \quad \overline{EF} = \frac{E_2' g_0}{J_2} 100$$

und die prozentuale Stromzunahme:

$$j\,\% = \frac{J_1 - J_{1,k}}{J_{1,k}} 100 = \pm \overline{DQ} + \frac{\overline{FQ}^2}{200}.$$

Dieselbe wird ein Maximum, wenn $\varphi_2' = \varphi_0$. Bei $\varphi_2' = 0$ wird:

$$\mu_0 = \frac{E_2' g_0}{J_2} 100 \quad \text{und} \quad \nu_0 = \frac{E_2' b_0}{J_2} 100.$$

Also ist in diesem Falle:

$$j\,\% = 100 \left\{ \frac{E_2' g_0}{J_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_2' b_0}{J_2} \right)^2 \right\}.$$

Die Fig. 7 kann passend das Leerlaufdiagramm des Stromkreises genannt werden. Es ist noch zu bemerken, daß man in denjenigen Fällen, wo die Leerlauf- und Kurzschlußdiagramme ungenaue Werte ergeben würden, die Primärspannung E_0 und den Primärstrom J_1 graphisch, wie in Fig. 4 und 6 gezeigt, ermitteln kann.

3. Änderung der Phasenverschiebung.

Durch den Vektor E_k der Kurzschlußspannung und den Vektor J_0 des Leerlaufstromes ändert sich die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom von den Sekundärklemmen S bis zu den Primärklemmen P. Den Phasenverschiebungswinkel der Belastung bei S haben wir mit φ_2 bezeichnet, den an den Primärklemmen P werden wir mit φ_t bezeichnen.

Es ist dann:

$$\varphi_t = \measuredangle (\dot{E}_0, \dot{J}_1) = \measuredangle \left(\frac{\dot{E}_0}{\dot{C}_2}, \frac{\dot{J}_1}{\dot{C}_2} \right),$$

denn die beiden Vektoren $\frac{\dot{E}_0}{\dot{C}_2}$ und $\frac{\dot{J}_1}{\dot{C}_2}$ sind gegen die beiden Vektoren $\dot{E}_0$ bzw. $\dot{J}_1$ um denselben Winkel gedreht.

Aus den Fig. 4 und 6 ist ersichtlich, daß

$$\measuredangle \left(\frac{\dot{E}_0}{\dot{C}_2}, \frac{\dot{J}_1}{\dot{C}_2} \right) = \measuredangle \left(\frac{\dot{E}_0}{\dot{C}_2}, \dot{E}_2' \right) + \measuredangle (\dot{E}_2' \dot{J}_2) + \measuredangle \left(\dot{J}_2, \frac{\dot{J}_1}{\dot{C}_2} \right)$$

oder

$$\varphi_t = \measuredangle \varphi_k + \varphi_2' + \measuredangle \varphi_0.$$

Indem ferner

$$\varphi_2' = \measuredangle (\dot{E}_2' \dot{J}_2) = \measuredangle (\dot{E}_2', \dot{E}_2) + \measuredangle (\dot{E}_2, \dot{J}_2)$$
$$= \measuredangle (\dot{E}_2, \dot{J}_2) - \measuredangle (\dot{E}_2, \dot{E}_2') = \varphi_2 - \measuredangle \psi,$$

erhalten wir zuletzt

$$\varphi_i = \varphi_2 - \Delta\psi + \Delta\varphi_k + \Delta\varphi_0.$$

Um den primären Phasenverschiebungswinkel zu bestimmen, müssen wir also die drei Winkel $\Delta\psi$, $\Delta\varphi_k$ und $\Delta\varphi_0$ berechnen.

Setzen wir wie oben

$$C_1 = \gamma_1 e^{j\psi_1}$$

und

$$C_2 = \gamma_2 e^{j\psi_2},$$

so wird

$$\frac{E_2'}{E_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} e^{j(\psi_1 - \psi_2)} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} e^{j(\Delta\psi)},$$

also

$$\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2.$$

Aus Fig. 4 ergibt sich $\sin(\Delta\varphi_k) = \frac{\overline{PC}}{\overline{OC}}$. Bezeichnen wir das Verhältnis $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OC}} = \frac{E_{0,0}}{E_0}$ mit α, so ergibt sich:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon\,\%}{100}} = \frac{1}{1+\varepsilon}$$

und

$$\sin(\Delta\varphi_k) = \frac{\overline{PC}}{\overline{OA'}}\,\alpha = \frac{\nu_k\,\alpha}{100}.$$

Da gewöhnlich $\Delta\varphi_k$ ein kleiner Winkel ist, so können wir $\sin(\Delta\varphi_k)$ in eine Reihe entwickeln:

$$\Delta\varphi_k - \frac{(\Delta\varphi_k)^3}{3!} + \cdots = \frac{\nu_k\,\alpha}{100}.$$

$\frac{(\Delta\varphi_k)^3}{6}$ ist gegenüber $\Delta\varphi_k$ vernachlässigbar, so lange $\Delta\varphi_k \leqq 0{,}25$, wobei $\Delta\varphi_k$ im Bogenmaß ausgedrückt ist. Wünscht man $\Delta\varphi_k$ in Graden zu erhalten, so wird:

$$\Delta\varphi_k = \frac{\nu_k\,\alpha}{100}\,\frac{180}{\pi},$$

d. h.

$$\Delta\varphi_k = 0{,}573\,\nu_k\,\alpha = \frac{0{,}573\,\nu_k}{1+\varepsilon}.$$

In gleicher Weise ergibt sich aus Fig. 4:

$$\sin(\Delta\varphi_0) = \frac{\overline{QF}}{\overline{OF}},$$

oder, wenn wir das Verhältnis $\frac{\overline{OD}}{\overline{OF}} = \frac{J_{1,k}}{J_1}$ mit β bezeichnen, so ergibt sich:

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{j\ \%}{100}} = \frac{1}{1+j}$$

und

$$\Delta\varphi_0 = 0{,}573\, \nu_0\, \beta = \frac{0{,}573\, \nu_0}{1+j}.$$

Also ergibt sich der primäre Phasenverschiebungswinkel zu:

$$\varphi_1 = \varphi_2 + (\psi_2 - \psi_1) + 0{,}573 \left(\frac{\nu_k}{1+\varepsilon} + \frac{\nu_0}{1+j}\right). \quad \text{(VI)}$$

In der Formel (VI) sind ν_k und ν_0 als negative Größen einzusetzen, wenn der Punkt P bzw. Q auf den Kreisbögen $\overline{BC}$ bzw. $\overline{EF}$ liegt; dies ist der Fall bei Phasenverspätungswinkeln φ_2', welche größer als φ_k bzw. φ_0 sind.

4. Maximale Leistung.

Wir suchen jetzt die maximale Leistung, die an den Klemmen S des Stromkreises abgegeben werden kann, wenn die Primärspannung E_0 konstant ist. Die Leistung an den Klemmen S ist:

$$W_2 = E_2 J_2 \cos\varphi_2 = J_2^2 r_2 = J_2^2 z_2 \cos\varphi_2.$$

Es ist:

$$\underline{E}_0 = C_2 (\underline{E}_2' + \underline{J}_2 Z_k),$$

oder wenn wir setzen:

$$\underline{E}_2' = \underline{J}_2 Z_2' = \underline{J}_2 (r_2' - j x_2'),$$

so wird

$$\underline{E}_0 = C_2 (Z_2' + Z_k)\, \underline{J}_2$$

oder

$$\underline{J}_2 = \frac{\frac{\underline{E}_0}{C_2}}{Z_2' + Z_k}.$$

Wir wählen hier die Phase der Primärspannung derart, daß

$$\frac{\underline{E}_0}{C_2} = \frac{E_0}{\gamma_2},$$

also

$$\underline{J}_2 = \frac{E_0}{\gamma_2} \frac{1}{Z_2' + Z_k} = \frac{E_0}{\gamma_2} \frac{r_2' + r_k - j(x_2' + x_k)}{(r_2' + r_k)^2 + (x_2' + x_k)^2}.$$

Hieraus ergibt sich die Größe des Vektors J_2, und es ist:

$$J_2^2 = \frac{E_0^2}{\gamma_2^2 \{(r_2' + r_k)^2 + (x_2' + x_k)^2\}}.$$

Indem

$$Z_2 = \frac{E_2}{J_2} = \frac{E_2}{E_2'} \cdot \frac{E_2'}{J_2} = \frac{C_2}{C_1} Z_2',$$

ist

$$z_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} z_2'$$

und die Leistung des Stromkreises wird gleich:

$$W_2 = J_2^2 r_2 = \frac{E_0^2 z_2 \cos \varphi_2}{\gamma_2^2 \{(r_2' + r_k)^2 + (x_2' + x_k)^2\}}$$
$$= \frac{E_0^2 z_2' \cos \varphi_2}{\gamma_1 \gamma_2 \{(z_2' \cos \varphi_2' + r_k)^2 + (z_2' \sin \varphi_2' + x_k)^2\}}.$$

Setzen wir

$$\frac{d W_2}{d z_2'} = 0,$$

so erhalten wir als Bedingung für die maximale Leistung:

$$(z_2' \cos \varphi_2' + r_k)^2 + (z_2' \sin \varphi_2' + x_k)^2 - 2 z_2' \cos \varphi_2' (z_2' \cos \varphi_2' + r_k)$$
$$- 2 z_2' \sin \varphi_2' (z_2' \sin \varphi_2' + x_k) = 0$$

oder

$$z_k = z_2',$$

und diese maximale Leistung ist gleich:

$$W'_{max} = \frac{E_0^2 z_k \cos \varphi_2}{\gamma_1 \gamma_2 z_k^2 \{(\cos \varphi_2' + \cos \varphi_k)^2 + (\sin \varphi_2' + \sin \varphi_k)^2\}}$$

oder

$$W'_{max} = \frac{E_0^2 \cos \varphi_2}{2 \gamma_1 \gamma_2 (z_k + r_k \cos \varphi_2' + x_k \sin \varphi_2')}.$$

Führen wir hier den Ausdruck der Formel (9) für $\gamma_1 \gamma_2$ hinein und setzen $\varphi_2' = \varphi_2 - \Delta \psi$, so erhalten wir:

$$W'_{max} = \frac{E_0^2 \cos \varphi_2 [J_k - J_0 \cos (\varphi_0 - \varphi_k)]}{2 J_k z_k [1 + \cos \varphi_k \cos (\varphi_2 - \Delta \psi) + \sin \varphi_k \sin (\varphi_2 - \Delta \psi)]}$$

oder

$$\boldsymbol{W'_{max} = \frac{E_0 [J_k - J_0 \cos (\varphi_0 - \varphi_k)] \cos \varphi_2}{2 [1 + \cos (\varphi_k - \varphi_2 + \Delta \psi)]}} \quad \ldots \quad \text{(VII)}$$

W'_{max} ist, wie hieraus ersichtlich, von der Phasenverschiebung φ_2 abhängig und hat den größten Wert, d. h. das absolute Maximum, wenn

$$\frac{d W'_{max}}{d \varphi_2'} = 0.$$

Indem

$$\varphi_2 = \varphi_2' + \Delta \psi,$$

wird

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_2' \cos (\Delta \psi) - \sin \varphi_2' \sin (\Delta \psi).$$

Es wird also der Differentialquotient Null, wenn

$$\{- \cos (\Delta \psi) \sin \varphi_2' - \sin (\Delta \psi) \cos \varphi_2'\} \{z_k + r_k \cos \varphi_2' + x_k \sin \varphi_2'\}$$
$$+ \{\cos (\Delta \psi) \cos \varphi_2' - \sin (\Delta \psi) \sin \varphi_2'\} \{r_k \sin \varphi_2' - x_k \cos \varphi_2'\} = 0$$

oder

$$-\cos(\Delta\psi) z_k \sin\varphi_2' - \sin(\Delta\psi) z_k \cos\varphi_2' - x_k \cos(\Delta\psi) - r_k \sin(\Delta\psi) = 0;$$

und da

$$z_k = z_2',$$

so erhalten wir als zweite Bedingung für das absolute Maximum der Leistung

$$-tg(\Delta\psi) = \frac{x_2' + x_k}{r_2' + r_k} \text{ oder } -\Delta\psi = arctg \frac{x_2' + x_k}{r_2' + r_k},$$

d. h. (siehe Fig. 8)

$$-\Delta\psi = \varphi_2' + \Delta\varphi_k,$$

und da

$$\varphi_2' = \varphi_2 - \Delta\psi,$$

lautet die zweite Bedingung:

$$\varphi_2 + \Delta\varphi_k = 0.$$

Die beiden Bedingungen:

und

$$\left.\begin{aligned} z_2' &= z_k \\ \varphi_2 + \Delta\varphi_k &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad \text{(VIII)}$$

in den Ausdruck für W_2 eingesetzt, ergeben alsdann die größtmögliche Leistung W_{max}. Wenn

$$z_2' = z_k,$$

wird auch

$$\gamma_2 J_2 z_2' = \gamma_2 J_2 z_k$$

oder

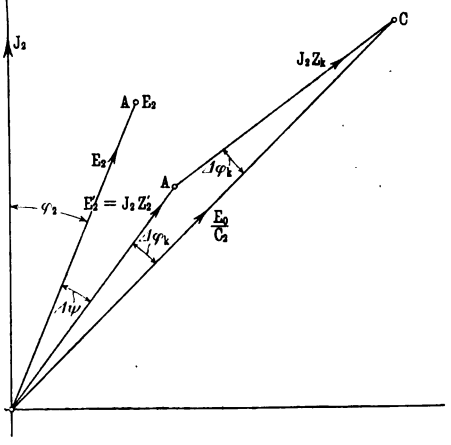
$$\gamma_1 E_2 = \gamma_2 J_2 z_k$$

oder

$$E_{0,0} = E_k,$$

d. h. die erste Bedingung für maximale Leistung ist bei einer derartigen Belastung erfüllt, bei welcher die beiden Spannungskomponenten, deren Resultierende die primäre EMK E_0 ist, einander gleich sind. Man kann auch sagen: die erste Bedingung ist bei einer derartigen Belastung erfüllt, deren Leerlauf- und Kurzschlußspannung einander gleich sind. Für den Fall der maximalen Leistung W'_{max} geht die Fig. 4 über in Fig. 8 und aus dieser folgt direkt, daß

Fig. 8.



$$\sqrt{(r_2' + r_k)^2 + (x_2' + x_k)^2} = 2\, z_2' \cos \measuredangle \varphi_k;$$

also wird

$$W'_{max} = \frac{E_0^2 \cos \varphi_2}{4\, \gamma_1 \gamma_2 z_2' \cos^2 (\measuredangle \varphi_k)} = \frac{E_0^2 \cos \varphi_2}{4\, \gamma_1^2 z_2 \cos^2 (\measuredangle \varphi_k)}.$$

Die zweite Bedingung für maximale Leistung ist erfüllt, wenn der Phasenverschiebungswinkel φ_2 der Belastung gleich und entgegengesetzt dem Winkel $\measuredangle \varphi_k$ ist, um welchen die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung durch die Impedanz z_k des Stromkreises geändert wird. Die absolute maximale Leistung ergibt sich durch Einführung von $\cos (\measuredangle \varphi_k) = \cos \varphi_2$ zu

$$W_{max} = \frac{E_0^2}{4 \gamma_1^2 z_2 \cos \varphi_2} = \frac{E_0^2}{4 \gamma_1^2 r_2} \quad \ldots \quad \text{(IX)}$$

5. Wirkungsgrad.

Um den Wirkungsgrad des betrachteten Stromkreises zu bestimmen, berechnen wir die dem Stromkreise an den Primärklemmen P zugeführte Leistung. Diese ergibt sich am einfachsten aus dem reellen Teile des Produktes von $\mathfrak{E}_0$ und dem zu $\mathfrak{J}_1$ konjugierten Vektor. Es ist:

$$\mathfrak{E}_0 = C_2 \mathfrak{J}_2 (Z_2' + Z_k)$$

und

$$\mathfrak{J}_1 = C_2 (\mathfrak{J}_2 + Y_0 \mathfrak{E}_2') = C_2 \mathfrak{J}_2 (1 + Y_0 Z_2').$$

Wir wählen hier die Phase des Stromes $\mathfrak{J}_2$ derart, daß

$$C_2 \mathfrak{J}_2 = \gamma_2 J_2,$$

woraus folgt:

$$\mathfrak{E}_0 = \gamma_2 J_2 \{r_2' + r_k - j (x_2 + x_k)\}$$

und

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_1 &= \gamma_2 J_2 \{1 + (g_0 + j b_0)(r_2' - j x_2')\} \\ &= \gamma_2 J_2 \{1 + g_0 r_2' + b_0 x_2' + j (r_2' b_0 - x_2' g_0)\}. \end{aligned}$$

Die zugeführte Leistung ist also gleich:

$$\begin{aligned} W_t &= E_0 J_1 \cos \varphi_t \\ &= \gamma_2^2 J_2^2 \{(r_2' + r_k)(1 + g_0 r_2' + b_0 x_2') - (x_2' + x_k)(r_2' b_0 - x_2' g_0)\} \\ &= \gamma_2^2 J_2^2 \{g_0 z_2'^2 + z_2' \cos \varphi_2' (1 + r_k g_0 - x_k b_0) \\ &\qquad + z_2' \sin \varphi_2' (r_k b_0 + x_k g_0) + r_k\} \\ &= \gamma_2^2 J_2^2 \{z_2' g_0^2 + \gamma_2^2 J_2^2 r_k + \gamma_1 \gamma_2 J_2^2 z_2 \cos \varphi_2' (1 + r_k g_0 - x_k b_0) \\ &\qquad + \gamma_1 \gamma_2 J_2^2 z_2 \sin \varphi_2 (r_k b_0 + x_k g_0)\} \\ &= W_0 + W_k + E_2 J_2 \{p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2'\}, \end{aligned}$$

wenn

$$\gamma_2^2 J_2^2 g_0 z_2' = \gamma_1^2 E_2^2 g_0 = E_{0,0}^2 g_0 = W_0$$

$$\gamma_2^2 J_2^2 r_k = J_{1k}^2 r_k = W_k$$

$$p = \gamma_1 \gamma_2 (1 + r_k g_0 - x_k b_0) = \frac{1 + y_0 z_k \cos (\varphi_0 + \varphi^k)}{1 - y_0 z_k \cos (\varphi_0 - \varphi_k)}$$

oder

$$p = \frac{J_k + J_0 \cos(\varphi_0 + \varphi_k)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}$$

und

$$q = \gamma_1 \gamma_2 (r_k b_0 + x_k g_0) = \frac{y_0 z_k \sin(\varphi_0 + \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}$$

oder

$$q = \frac{J_0 \sin(\varphi_0 + \varphi_k)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}.$$

Setzen wir ferner:

$$s = p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2' = p \cos(\varphi_2 - \Delta\psi) + q \sin(\varphi_2 - \Delta\psi)$$

oder

$$s = \frac{J_k \cos(\varphi_2 - \Delta\psi) + J_0 \cos(\varphi_0 + \varphi_k - \varphi_2 + \Delta\psi)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)},$$

so wird die zugeführte Leistung:

$$W_t = W_0 + W_k + s E_2 J_2.$$

Wir sehen somit, daß die Verluste im Stromkreise sich aus dem Leerlaufverlust, dem die Sekundärspannung E_2 entspricht, dem Kurzschlußverlust, der sich auf die Sekundärstromstärke bezieht, und einem Verlust, der bei gegebenem Phasenverschiebungswinkel φ_2 proportional der Leistung wächst, zusammensetzen.

Da die an den Sekundärklemmen abgegebene Leistung gleich

$$W_2 = J_2^2 r_2$$

ist, so erhalten wir den Wirkungsgrad:

$$\left.\begin{aligned} \eta\ \% &= \frac{W_2}{W_t} 100 = \frac{W_2}{W_0 + W_k + E_2 J_2 \{p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2'\}} 100 \\ &= \frac{W_2}{W_0 + W_k + s E_2 J_2} 100 \end{aligned}\right\} \quad (X)$$

An Hand eines Beispieles soll nun die Berechnung des Wirkungsgrades eines allgemeinen Stromkreises mittels der aus Leerlauf- und Kurzschlußversuch ermittelten Größen gezeigt werden. Als Beispiel wählen wir eine Arbeitsübertragung, deren Leitungen nicht homogen sind, sondern teils aus Kabeln und teils aus Oberleitungen bestehen, und bei welcher an der Sekundärstation Phasenregler oder andere elektromagnetische Apparate zur Regulierung der Spannung eingeschaltet werden können.

Beispiel: Es wurde gemessen 1. bei offenen Sekundärklemmen:

$E_{0,0} = 10\,000$ Volt, $J_0 = 20$ Ampère, $W_0 = 51{,}8$ KW
und $E_2 = 9800$ Volt.

2. Bei kurzgeschlossenen Sekundärklemmen:

$$E_k = 2500 \text{ Volt}, \; J_{1k} = 100 \text{ Amp.}, \; W_k = 125 \text{ KW}$$
$$\text{und } J_2 = 97 \text{ Amp.}$$

3. Bei offenen Primärklemmen:

$$E_2 = 10000 \text{ Volt}, \; J_0 = 19{,}8 \text{ Amp.}, \; W_0 = 20 \text{ KW}$$
$$\text{und } E_0 = 9700 \text{ Volt.}$$

4. Bei kurzgeschlossenen Primärklemmen:

$$E_{2k} = 2525 \text{ Volt}, \; J_{2k} = 100 \text{ Amp.}, \; W_k = 85 \text{ KW}$$
$$\text{und } J_1 = 98 \text{ Amp.}$$

Hieraus ergibt sich:

1. $$y_0 = \frac{J_0}{E_{0,0}} = 0{,}002 \; \mho$$
$$\varphi_0 = arc\,cos\left(\frac{W_0}{E_{00} J_0}\right) = 75^0$$
$$\gamma_1 = \frac{E_{00}}{E_2} = 1{,}02.$$

2. $$Z_k = \frac{E_k}{J_{1k}} = 25 \; \Omega$$
$$\varphi_k = arc\,cos\left(\frac{W_k}{E_k J_{1k}}\right) = 60^0$$
$$\gamma_2 = \frac{J_{1k}}{J_2} = 1{,}03.$$

3. $$\varphi_0' = arc\,cos\left(\frac{W_0'}{E_{20} J_{20}}\right) = 84{,}2^0$$
$$\gamma_2 = \frac{E_{20}}{E_0} = 1{,}03.$$

4. $$\varphi_k = arc\,cos\left(\frac{W_k'}{E_{2k} J_{2k}}\right) = 69{,}2^0$$

und

$$\gamma_1 = \frac{J_{2k}}{J_1} = 1{,}02.$$

Es ergibt sich ferner infolge der Formel (9):

$$\gamma_1 \gamma_2 = \frac{1}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = \frac{1}{1 - 0{,}05 \cos(75^0 - 60^0)}$$
$$= \frac{1}{1 - 0{,}0483} = 1{,}05,$$

infolge der Formel (10):

$$tg(\psi_1 + \psi_2) = \frac{y_0 z_k \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = \frac{0{,}05 \,.\, 0{,}259}{1 - 0{,}0483} = 0{,}01235,$$

also

$$\psi_1 + \psi_2 = 0{,}8^0,$$

infolge der Formel (11):

$$\Delta\psi = \tfrac{1}{2}(\varphi_k' - \varphi_k + \varphi_0' - \varphi_0) = \tfrac{1}{2}(69{,}2^0 - 60^0 + 84{,}2^0 - 75^0) = 9{,}2^0.$$

Also

$$\psi_1 = \tfrac{1}{2}(\psi_1 + \psi_2 + \Delta\psi) = \tfrac{1}{2}(0{,}8 + 9{,}2) = 5^0$$

und

$$\psi_2 = \tfrac{1}{2}(\psi_1 + \psi_2 - \Delta\psi) = \tfrac{1}{2}(0{,}8 - 9{,}2) = -4{,}2^0.$$

Aus diesen Werten ergeben sich ferner:

$$p = \frac{1 + y_0 z_k \cos(\varphi_0 + \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = 1{,}0175$$

$$q = \frac{y_0 z_k \sin(\varphi_0 + \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = 0{,}0368.$$

Wollen wir nun für eine sekundäre Phasenverschiebung — entsprechend $\cos\varphi_2 = 0{,}8$ — den Wirkungsgrad dieses Stromkreises bestimmen, so berechnen wir zuerst:

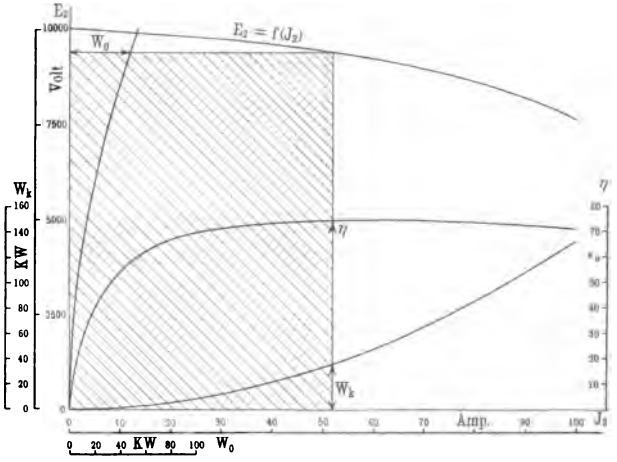
$$W_0 = E_{0,0}^2 g_0 = \gamma_1^2 E_2^2 g_0$$
$$W_k = J_{1k}^2 r_k = \gamma_2^2 J_2^2 r_k$$

und

$$s = p\cos\varphi_2' + q\sin\varphi_2' = 1{,}0175 \,.\, 0{,}885 + 0{,}0368 \,.\, 0{,}464 = 0{,}917.$$

Wir ermitteln nun, unter der Annahme des in Fig. 9 angegebenen Verlaufes der Sekundärspannung E_2 als Funktion der Sekundärstromstärke, den Wirkungsgrad:

Fig. 9.



$$\eta\,\% = \frac{W_2}{W_0 + W_k + E_2 J_2}\ 100$$

oder

$$\eta\,\% = \frac{E_2 J_2\ 0{,}8}{W_0 + W_k + E_2 J_2\ 0{,}917}\ 100.$$

W_0 ist als Funktion von E_2 und W_k als Funktion von J_2 in die Figur eingetragen. $E_2 J_2$ ist leicht zu ermitteln und ist proportional der schraffierten Fläche. Man kann somit den Wirkungsgrad in einfacher Weise leicht ermitteln und erhält die Kurve η, die ihren Maximalwert 75 Proz. bei $J_2 = 60$ Ampère und $E_2 = 9250$ Volt hat, wo $W_0 = W_k$ ist.

Um die Belastung zu bestimmen, für die η bei einem gegebenen Phasenverschiebungswinkel φ_2 ein Maximum ist, dividieren wir Zähler und Nenner des Ausdruckes für η durch $J_2^2 z_2$, also:

$$\eta = \frac{J_2^2 z_2 \cos \varphi_2}{\gamma_1^2 J_2^2 z_2^2 g_0 + \gamma_2^2 J_2^2 r_k + J_2^2 z_2 (p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2')}$$

$$= \frac{\cos \varphi_2}{\gamma_1^2 z_2 g_0 + \gamma_2^2 \frac{r_k}{z_2} + p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2'}.$$

Wir ermitteln nun die Bedingung für ein Minimum des Nenners und dieses Minimum tritt ein, wenn

$$\frac{d\,(\text{Nenner})}{d z_2} = 0,$$

d. h. wenn

$$\gamma_1^2 g_0 - \gamma_2^2 \frac{r_k}{z_2^2} = 0$$

oder

$$\gamma_1^2 g_0 z_2 = \gamma_2^2 \frac{r_k}{z_2},$$

oder durch Multiplikation mit $J_2^2 z_2$ auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens:

$$W_0 = E_{0,0}^2 g_0 = J_{1k}^2 r_k = W_k \quad \cdots \quad \text{(XI)}$$

Diese Gleichung sagt, daß der Wirkungsgrad eines Stromkreises ein Maximum ist, wenn der dem Belastungsstrome entsprechende Kurzschlußverlust dem der Belastungsspannung entsprechenden Leerlaufverlust gleichkommt.

Der maximale Wirkungsgrad bei gegebenem φ_2 ist gleich:

$$\eta'_{max}\,{}^0/_0 = \frac{W_2}{2 W_2 + E_2 J_2 (p \cos \varphi_2' + q \sin \varphi_2')} 100.$$

In analoger Weise wird nun auch der Phasenverschiebungswinkel φ_2, für welchen η bei gegebener Impedanz z_2 ein Maximum ist, bestimmt.

$$\frac{d \eta}{d \varphi_2'} = 0$$

gesetzt, gibt

$$- \sin\varphi_2 \left(\gamma_1^2 z_2 g_0 + \gamma_2^2 \frac{r_k}{z_2}\right) - p\cos\varphi_2' \sin\varphi_2 - q \sin\varphi_2' \sin\varphi_2$$
$$+ p \sin\varphi_2' \cos\varphi_2 - q\cos\varphi_2' \cos\varphi_2 = 0$$

oder

$$- \sin\varphi_2 \left(\gamma_1^2 z_2 g_0 + \gamma_2^2 \frac{r_k}{z_2}\right) = p \sin(\Delta\psi) + q\cos(\Delta\psi).$$

Durch Multiplikation mit $J_2^2 z_2 = J_2 E_2$ auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens erhält man als Bedingung für η_{max}:

$$\sin\varphi_2 (W_0 + W_k) = - E_2 J_2 [p \sin(\Delta\psi) + q\cos(\Delta\psi)] \quad \text{(XII)}$$

Der maximale Wirkungsgrad bei gegebener Impedanz wird also

$$\eta''_{max}\ {}^0/_0 = \frac{W_2}{E_2 J_2 \cos\varphi_2 [p\cos(\Delta\psi) - q\sin(\Delta\psi)] + (W_0 + W_k)(1 - \sin^2\varphi_2)}\ 100.$$

Die beiden Maximalwerte, die wir für den Wirkungsgrad η gefunden haben, sind nur partielle Maxima, weil wir einmal φ_2 und das andere Mal z_2 konstant gehalten haben. Das absolute Maximum des Wirkungsgrades ergibt sich, wenn die beiden Bedingungen

$$W_0 = W_k$$

und

$$(W_0 + W_k)\sin\varphi_2 = 2 W_0 \sin\varphi_2 = - E_2 J_2 [p \sin(\Delta\psi) + q\cos(\Delta\psi)]$$

gleichzeitig erfüllt sind, und der absolut größte Wert von η, der erreicht werden kann, ist:

$$\eta_{max}\ {}^0/_0 = \frac{W_2}{E_2 J_2 \cos\varphi_2 [p\cos(\Delta\psi) - q\sin(\Delta\psi)] + 2 W_0 (1 - \sin^2\varphi_2)}\ 100 \quad \text{(XIII)}$$

Durch nähere Betrachtung der Gleichung (XII) sieht man, daß der Belastungsstrom J_2 für das absolute Maximum des Wirkungsgrades gegen die Sekundärspannung phasenverschoben ist und zwar wird man finden, daß J_2 im allgemeinen fast um gleich viel gegen E_2 phasenverspätet bzw. phasenverfrüht ist, als J_1 gegen E_0 phasenverfrüht bzw. phasenverspätet ist.

6. Gleichungen eines symmetrischen Stromkreises.

Betrachten wir den in Fig. 2 dargestellten Stromkreis mit den Konstanten Z_1, Z_2 und Y_a, so werden wir aus den Formeln (1) und (3) sehen, daß

$$C_1 = 1 + Z_1 Y_a = 1 + Z Y_a = C$$

und

$$C_2 = 1 + Z_2 Y_a = 1 + Z Y_a = C$$

gleich groß sind, wenn $Z_1 = Z_2 = Z$ ist, d. h. wenn der Stromkreis in bezug auf die Mitte symmetrisch ist. Dies gilt auch allgemein für kompliziertere Stromkreise, und es ist dann

$$C^2 (1 - Y_0 Z_k) = 1 \quad \ldots \ldots \quad \text{(III')}$$

oder

$$C^2 = \frac{1}{1 - Y_0 Z_k}.$$

Durch diese Relation zwischen Y_0, Z_k und C läßt sich $C = \gamma e^{j\psi}$ rechnerisch bestimmen, wenn Z_k und Y_0 bekannt sind. Diese beiden Größen lassen sich leicht durch Messung von Spannung, Strom und Leistung bei Leerlauf und Kurzschluß bestimmen.

Es ist

$$\gamma \cong \frac{1}{\sqrt{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}} = \sqrt{\frac{J_k}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}} \quad \ldots \quad (9')$$

und

$$tg\, 2\psi = \frac{y_0 z_k \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = \frac{J_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} \quad (10')$$

oder ψ in Graden gemessen:

$$\psi^0 \cong 28{,}65 \, \frac{J_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_k)}{J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}.$$

Da alle Formeln I bis XIII sich unter der Annahme von $C_1 = C_2 = C = \gamma e^{j\psi}$ beträchtlich vereinfachen, werden wir die-

Fig. 10.

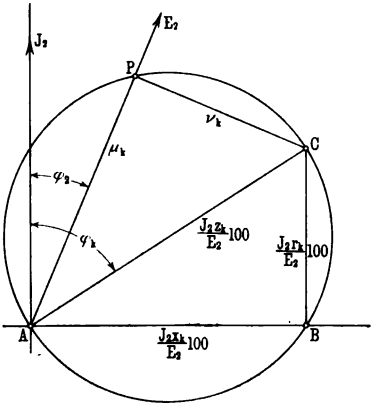
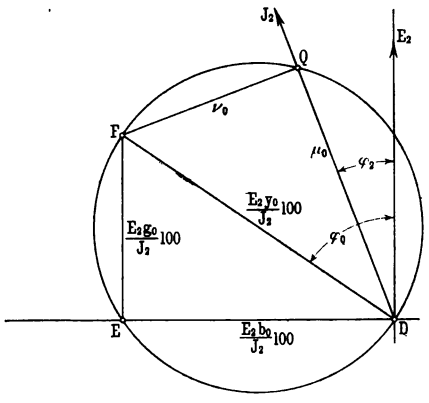


Fig. 11.



selben für diesen Fall hier kurz zusammenstellen. Die Hauptgleichungen lauten jetzt:

$$E_0 = C (E_2 + J_2 Z_k) \quad \ldots \ldots \quad \text{(I')}$$

und

$$J_1 = C (J_2 + E_2 Y_0) \quad \ldots \ldots \quad \text{(II')}$$

$$C^2 (1 - Y_0 Z_k) = 1 \quad \ldots \ldots \quad \text{(III')}$$

Die Fig. 5 geht in Fig. 10 über.
Es ist:

$$\varepsilon\,{}^0\!/_0 = + \mu_k + \frac{\nu_k^2}{200} \quad \cdots\cdots \quad (IV')$$

und

$$E_0 = (1 + \varepsilon)\, E_{0,0} = (1 + \varepsilon)\, \gamma\, E_2.$$

Die Fig. 7 geht in Fig. 11 über.
Es ist:

$$j\,{}^0\!/_0 = + \mu_0 + \frac{\nu_0^2}{200} \quad \cdots\cdots \quad (V')$$

und

$$J_1 = (1 + j)\, J_{1k} = (1 + j)\, \gamma J_2.$$

Der primäre Phasenverschiebungswinkel φ_t ergibt sich zu:

$$\varphi_t = \varphi_2 + 0{,}573 \left(\frac{\nu_k}{1+\varepsilon} + \frac{\nu_0}{1+j}\right) \quad \cdots \quad (VI')$$

Die maximale Leistung erhält man, wenn

$$\left.\begin{aligned} z_2 &= z_k \\ \varphi_2 + \Delta\varphi_k &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (VIII')$$

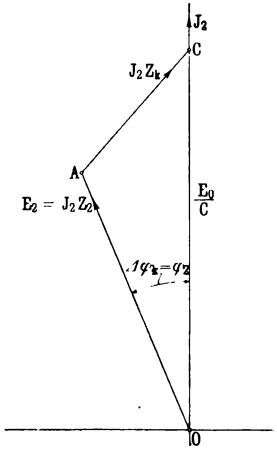
und zwar ist

$$W'_{max} = \frac{E_0\,[J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)] \cos\varphi_2}{2\,[1 + \cos(\varphi_k - \varphi_2)]} \quad \cdots \quad (VII')$$

Für $C_1 = C_2$ wird $\Delta\psi = 0$; der Vektor E_0 fällt also für $\varphi_2 + \Delta\varphi_k = 0$ in Fig. 8 mit J_2, d. h. mit der Ordinatenachse, zusammen und es wird (siehe Fig. 12) $x_2 + x_k = 0$. Ist außerdem $z_2 = z_k$, so wird auch:

$$r_2 = r_k \quad \text{und} \quad \varphi_2 + \varphi_k = 0.$$

Fig. 12.



Die maximale Leistung wird also:

$$\left.\begin{aligned} W_{max} &= \frac{E_0^2}{4\,\gamma^2 r_k} \\ &= \frac{E_0\,[J_k - J_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_k)]}{4 \cos\varphi_k} \end{aligned}\right\} \quad (IX')$$

Der Wirkungsgrad ergibt sich zu:

$$\left.\begin{aligned} \eta\,{}^0\!/_0 &= \frac{W_2}{W_0 + W_k + E_2 J_2 (p\cos\varphi_2 + q\sin\varphi_2)}\, 100 \cdots \\ &= \frac{W_2}{W_0 + W_k + s\,E_2 J_2}\, 100 \cdots \end{aligned}\right\} \quad (X')$$

wo

$$s = p\cos\varphi_2 + q\sin\varphi_2 = \frac{J_k + J_0\cos(\varphi_0 + \varphi_k - \varphi_2)}{J_k - J_0\cos(\varphi_0 - \varphi_k)}.$$

Der Wirkungsgrad wird ein Maximum bei der Impedanz z_2, für welche

$$W_0 = W_k$$

oder

$$\gamma^2 E_2^2 g_0 = \gamma^2 J_2^2 r_k,$$

d. h. wenn

$$z_2 = \sqrt{\frac{r_k}{g_0}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XI')}$$

Der Wirkungsgrad ist ferner ein Maximum bei derjenigen Phasenverschiebung, bei welcher

$$(W_0 + W_k)\sin\varphi_2 = -E_2 J_2 q,$$

d. h. wenn

$$\sin\varphi_2 = -\frac{E_2 J_2 \gamma^2 (x_k g_0 + r_k b_0)}{\gamma^2 (E_2^2 g_0 + J_2^2 r_k)}$$

oder

$$\sin\varphi_2 = -\frac{x_k g_0 + r_k b_0}{g_0 z_2 + \frac{r_k}{z_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(XII')}$$

Der maximale Wirkungsgrad wird gleich:

$$\eta_{max}\,{}^0/_0 = \frac{E_2 J_2 \cos\varphi_2}{E_2 J_2\left(p\cos\varphi_2 + q\sin\varphi_2 - \frac{q}{\sin\varphi_2}\right)}\,100$$

oder

$$\eta_{max}\,{}^0/_0 = \frac{\sin\varphi_2}{p\sin\varphi_2 - q\cos\varphi_2}\,100 \quad \ldots \quad \text{(XIII')}$$

wo

$$\sin\varphi_2 = -\frac{E_2 J_2 q}{2 W_0} = -\frac{x_k g_0 + r_k b_0}{2 g_0 z_2} = -\frac{x_k g_0 + r_k b_0}{2\sqrt{r_k g_0}}.$$

7. Einfluß der Periodenzahl und der Kurvenform der Primärspannung auf die Konstanten eines Stromkreises.

In den Ausdrücken für C_1 und C_2, die beide komplexe Zahlen sind, treten stets Produkte wie $Z_1 Y_a$ und $Z_2 Y_a$ auf. Nimmt man nun an, was allgemein der Fall sein wird, daß

$$Z_1 = r_1 - j x_1 = z_1 e^{-j\varphi_1},$$

wo x_1 der Periodenzahl proportional ist und

$$Y_a = g_a + j b_a = y_a e^{j\varphi_a},$$

wo g konstant und b der Periodenzahl proportional ist, so wird, indem

$$Z_1 Y_a = (r_1 - j x_1)(g_a + j b_a) = r_1 g_a + x_1 b_a + j (r_1 b_a - x_1 g_a),$$

nicht allein der imaginäre Teil des Produktes, sondern auch der reelle Teil desselben, sich mit der Periodenzahl ändern. Der imaginäre Teil ist hier proportional der Periodenzahl.

Wird $g_a =$ konstant und b_a umgekehrt proportional der Periodenzahl gesetzt, so bleibt der reelle Teil des Produktes $Z_1 Y_a$ unabhängig von einer Variation der Periodenzahl, während der imaginäre Teil nach einer komplizierten Funktion derselben variiert. Was hier über $Z_1 Y_a$ gesagt ist, gilt auch für $Z_2 Y_a$, so daß C_1 und C_2 im allgemeinen nur durch sehr komplizierte Funktionen der Periodenzahlen ausgedrückt werden können.

Betrachten wir wieder den Stromkreis Fig. 2, um bei einem einfachen Fall zu bleiben, so ist hier:

$$C_1 = 1 + Z_1 Y_a = 1 + r_1 g_a + x_1 b_a + j (r_1 b_a - x_1 g_a)$$

und

$$C_2 = 1 + Z_2 Y_a = 1 + r_2 g_a + x_2 b_a + j (r_2 b_a - x_2 g_a).$$

Indem ferner:

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{C_2}$$

und

$$Y_0 = \frac{Y_a}{C_1},$$

sieht man, daß die beiden Größen, die Impedanz Z_k und die Admittanz Y_0 des Stromkreises, nicht nach einfachen Funktionen der Periodenzahl variieren. Nun weichen aber glücklicherweise in den meisten Fällen C_1 und C_2 nur um einige Tausendstel von der Einheit ab, so daß praktisch

$$Z_k \simeq Z_1 + Z_2$$

und

$$Y_0 \simeq Y_a$$

gesetzt werden können, d. h. Z_k und Y_0 stehen in denselben Relationen zu der Periodenzahl wie $Z_1 + Z_2$ bzw. Y_a. — Es soll hier nicht weiter auf den Einfluß der Periodenzahl auf die Konstanten Z_k, Y_0, C_1 und C_2 eingegangen werden, da diese Relationen sich am besten für jeden einzelnen Fall untersuchen lassen.

Um die Konstanten Z_k und Y_0 experimentell zu bestimmen, verfährt man wie folgt: Man mißt bei Kurzschluß die Spannung E_k, den Strom $J_{1,k}$ und die dem Stromkreis zugeführte Leistung W_k.

Es ist dann:

$$r_k = \frac{W_k}{J_{1,k}^2}, \quad z_k = \frac{E_k}{J_{1,k}}$$

und

$$x_k = \sqrt{z_k^2 - r_k^2} = \frac{E_k \sin \varphi_k}{J_{1,k}},$$

also

$$Z_k = r_k - j\, x_k.$$

Man mißt ferner bei Leerlauf die Spannung $E_{0,0}$, den Strom J_0 und die dem Stromkreis zugeführte Leistung W_0. Es ist dann:

$$g_0 = \frac{W_0}{E_{0.0}^2}, \quad y_0 = \frac{J_0}{E_{0,0}}$$

und

$$b_0 = \sqrt{y_0^2 - g_0^2} = \frac{J_0 \sin \varphi_0}{E_{0,0}}.$$

Also ist

$$Y_0 = g_0 + j\, b_0.$$

Diese experimentelle Bestimmung von Z_k und Y_0 ist also nur vollständig korrekt, so lange die angewandte Spannung von Sinusform ist. — Ist dies nicht der Fall, so muß man Korrekturen einführen. Wir werden diese für einige Fälle zusammenstellen:

a) Es ist der effektive Widerstand r_k = konstant und die effektive Reaktanz x_k der Periodenzahl proportional. Ist

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \cdots}$$

die dem Stromkreis aufgedrückte Spannung, wo E_1, E_3, E_5 usw. die Effektivwerte der einzelnen Harmonischen bedeuten, so erhält man

$$r_k = \frac{W_k}{J^2} = \frac{E \cos \varphi}{J}$$

$$\cos \varphi = \frac{W_k}{EJ}, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

und

$$x_k = \frac{E \sin \varphi}{J} \sqrt{\frac{E_1^2 \sin^2 \varphi_1 + \frac{1}{9} E_3^2 \sin^2 \varphi_3 + \frac{1}{25} E_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}{E_1^2 \sin^2 \varphi_1 + E_3^2 \sin^2 \varphi_3 + E_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}};$$

φ_1, φ_3, φ_5 usw. sind die Phasenverschiebungswinkel der einzelnen Harmonischen. — Im allgemeinen sind die Oberwellen der Spannungskurve nicht bekannt und auch nicht die Konstanten r_k und x_k des Stromkreises, der zu untersuchen ist, weshalb man von der Kurvenform absieht und mit der äquivalenten Sinuskurve rechnet. Es ist dann:

$$x = \frac{E \sin \varphi}{J},$$

dadurch begeht man einen kleinen Fehler, indem man die Wurzel gleich Eins setzt. Diese Wurzel ist stets ein wenig kleiner als 1, woraus folgt, daß die angenäherte Formel einen zu großen

Wert für x ergibt. Der Fehler ist aber nicht groß, höchstens etwa 5 Proz.

b) Es ist r_k = konstant und x_k der Periodenzahl umgekehrt proportional. Also:

$$r_k = \frac{W_k}{J^2} = \frac{E \cos \varphi}{J}$$

und

$$x_k = \frac{E \sin \varphi}{J} \sqrt{\frac{E_1^2 \sin^2 \varphi_1 + 9 E_3^2 \sin^2 \varphi_3 + 25 E_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}{E_1^2 \sin^2 \varphi_1 + E_3^2 \sin^2 \varphi_3 + E_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}};$$

diese Wurzel nähert sich aber nicht Eins.

c) Es ist die effektive Konduktanz g = konstant und die effektive Susceptanz b_0 der Periodenzahl proportional. Also:

$$g_0 = \frac{W_0}{E^2} = \frac{J \cos \varphi}{E}$$

$$\cos \varphi = \frac{W_0}{EJ}, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

und

$$b_0 = \frac{J \sin \varphi}{E} \sqrt{\frac{J_1^2 \sin^2 \varphi_1 + \frac{1}{9} J_3^2 \sin^2 \varphi_3 + \frac{1}{25} J_5^2 \sin^2 \varphi_5 + - \cdots}{J_1^2 \sin^2 \varphi_1 + J_3^2 \sin^2 \varphi_3 + J_5^2 \sin^2 \varphi_5 + - \cdots}}.$$

d) Es ist g_0 = konstant und b_0 der Periodenzahl umgekehrt proportional. Also:

$$g_0 = \frac{W_0}{E^2} = \frac{J \cos \varphi}{E}$$

und

$$b_0 = \frac{J \sin \varphi}{E} \sqrt{\frac{J_1^2 \sin^2 \varphi_1 + 9 J_3^2 \sin^2 \varphi_3 + 25 J_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}{J_1^2 \sin^2 \varphi_1 + J_3^2 \sin^2 \varphi_3 + J_5^2 \sin^2 \varphi_5 + \cdots}}.$$

Zuletzt sollen noch einige angenäherte Formeln, die den Einfluß der Kurvenform der primären Spannung $E_0 = \sqrt{E_{0,1}^2 + E_{0,3}^2 + E_{0,5}^2 + \cdots}$ auf die prozentuale Spannungsänderung, die prozentuale Stromzunahme und den Leitungsfaktor $\cos \varphi_t$ zeigen, zusammengestellt werden. Man findet durch einfache Rechnungen und Vernachlässigungen (siehe „Theorie der Wechselströme und Transformatoren“ von J. L. la Cour, S. 181), daß die prozentuale Spannungsänderung ε % mit großer Annäherung gleich

$$\varepsilon\,\% = \varepsilon_1\,\% + (\varepsilon_3\,\% - \varepsilon_1\,\%) \frac{E_{0,3}^2}{E_{0,1}^2} + (\varepsilon_5\,\% - \varepsilon_1\,\%) \frac{E_{0,5}^2}{E_{0,1}^2} + \cdots$$

gesetzt werden kann, wo ε_1 %, ε_3 %, ε_5 % usw. die prozentualen Spannungsänderungen der einzelnen Harmonischen bedeuten. In gleicher Weise findet man, daß die prozentuale Stromzunahme angenähert gleich

$$j\ \% = j_1\ \% + (j_3\ \% - j_1\ \%)\frac{J_{1,3}^2}{J_{1,1}^2} + (j_5\ \% - j_1\ \%)\frac{J_{1,5}^2}{J_{1,1}^2} + \cdots$$

gesetzt werden kann, wo $j_1\ \%$, $j_3\ \%$, $j_5\ \%$ usw. die prozentualen Stromzunahmen der einzelnen Harmonischen bedeuten.

Der Leistungsfaktor des Stromkreises ergibt sich für einen von der Periodenzahl unabhängigen effektiven Widerstand zu:

$$\cos\varphi_t = \sqrt{\frac{\cos^2\varphi_{t,1} + \left(\frac{E_{0,3}}{E_{0,1}}\right)^2 \cos^2\varphi_{t,3} + \left(\frac{E_{0,5}}{E_{0,1}}\right)^2 \cos^2\varphi_{t,5} + \cdots}{1 + \left(\frac{E_{0,3}}{E_{0,1}}\right)^2 + \left(\frac{E_{0,5}}{E_{0,1}}\right)^2 + \cdots}}$$

und für eine von der Periodenzahl unabhängige effektive Konduktanz zu:

$$\cos\varphi_t = \sqrt{\frac{\cos^2\varphi_{t,1} + \left(\frac{J_{1,3}}{J_{1,1}}\right)^2 \cos^2\varphi_{t,3} + \left(\frac{J_{1,5}}{J_{1,1}}\right)^2 \cos^2\varphi_{t,5} + \cdots}{1 + \left(\frac{J_{1,3}}{J_{1,1}}\right)^2 + \left(\frac{J_{1,5}}{J_{1,1}}\right)^2 + \cdots}}$$

Indem hiermit die Theorie des allgemeinen Stromkreises im wesentlichen erledigt ist, gehen wir nun zur Betrachtung der einzelnen Stromkreise, wie sie in der Praxis vorliegen, über, um die Bedeutung und Anwendung der abgeleiteten Formeln auf diese zu zeigen.

Kapitel II.

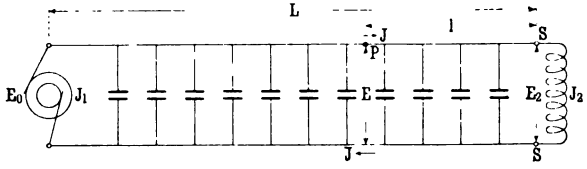
Arbeitsübertragungsleitungen.

Wir betrachten hier zuerst den einfachen Fall einer Einphasen-Arbeitsübertragung mit zwei Leitungen und machen die Annahme, ohne welche eine Rechnung nicht gut möglich ist, daß die betrachtete Leitung überall homogen ist, also daß die Konstanten der Leitung pro Längeneinheit angegeben werden können. Die Berechnung dieser Konstanten ist, da dieselben von der Periodenzahl, der Spannung und der Witterung abhängen, kompliziert und ungenau. Das Schema, Fig. 13, gibt ein den physikalischen Vorgängen in der Doppelleitung äquivalentes Bild. Die Doppelleitung ist durch vier Konstanten gegeben; diese können

auf Grundlage früherer Messungen und Berechnungen bestimmt werden. Wir geben deshalb hier die Konstanten pro Längeneinheit an.

r_d bedeutet den äquivalenten effektiven Widerstand pro Kilometer, mit dem der Strom J multipliziert werden muß, um

Fig. 13.



die EMK. in Phase mit dem Strome zu erhalten. Diese EMKe rühren her von dem Ohmschen Widerstand der Leitung und den Wattkomponenten der EMKe, die von dem resultierenden elektromagnetischen Felde induziert werden.

x_d bedeutet die äquivalente Reaktanz pro Kilometer, mit welcher der Strom J multipliziert werden muß, um die EMKe, die 90° gegen den Strom in Phase verspätet sind, zu erhalten. Diese EMKe sind die wattlosen Komponenten der von dem resultierenden elektromagnetischen Felde induzierten EMKe.

g_l bedeutet die äquivalente Konduktanz pro Kilometer, mit der die EMK E multipliziert werden muß, um die Ströme in Phase mit der EMK zu erhalten. Diese Ströme rühren her von den Stromentweichungen durch die Isolation und durch die Luft und von den Wattkomponenten der von dem elektrostatischen Felde induzierten Verschiebungsströme.

b_l bedeutet die äquivalente Suszeptanz pro Kilometer, mit der die EMK E multipliziert werden muß, um die Ströme, die 90° gegen die EMK in Phase verspätet sind, zu erhalten. Diese Ströme sind die wattlosen Komponenten der vom resultierenden elektrostatischen Felde induzierten Verschiebungsströme.

Symbolisch können wir schreiben:

$$Z_d = (r_d - j\,x_d)\,L$$

und

$$Y_l = (g_l + j\,b_l)\,L,$$

wo L die einfache Länge der Leitung in Kilometern bedeutet.

In einem Punkte P in der Entfernung l von den Sekundärklemmen haben wir eine Spannung $e = E\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi)$ und einen Strom $i = J\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi + \varphi)$. Wird l in der Richtung des Energieflusses negativ und in der entgegengesetzten

Richtung positiv gerechnet, so haben wir in dem Leitungselement dl die Stromzunahme:

$$d\dot{J} = \dot{E}\,\frac{Y_l}{L}\,dl$$

oder

$$\frac{d\dot{J}}{dl} = \dot{E}\,\frac{Y_l}{L}.$$

Ferner ist die in dem Leitungselement dl durch den Strom $\dot{J}$ verursachte Spannungszunahme:

$$d\dot{E} = \dot{J}\,\frac{Z_d}{L}\,dl$$

oder

$$\frac{d\dot{E}}{dl} = \dot{J}\,\frac{Z_d}{L}.$$

Durch Differentiation dieser beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{d^2\dot{J}}{dl^2} = \frac{d\dot{E}}{dl}\cdot\frac{Y_l}{L} = \dot{J}\,\frac{Z_d\,Y_l}{L^2}$$

und

$$\frac{d^2\dot{E}}{dl^2} = \frac{d\dot{J}}{dl}\cdot\frac{Z_d}{L} = \dot{E}\,\frac{Z_d\,Y_l}{L^2}.$$

Diese beiden Differentialgleichungen sind identisch, und die allgemeinen Integrale derselben lauten:

$$\dot{E} = A\,e^{\sqrt{Z_d\,Y_l}\,\frac{l}{L}} + B\,e^{-\sqrt{Z_d\,Y_l}\,\frac{l}{L}}$$

und

$$\dot{J} = \sqrt{\frac{Y_l}{Z_d}}\left(A\,e^{\sqrt{Z_d\,Y_l}\,\frac{l}{L}} - B\,e^{-\sqrt{Z_d\,Y_l}\,\frac{l}{L}}\right),$$

wo A und B die Integrationskonstanten sind. Zur Bestimmung derselben dient der Zustand an der Sekundärstation, der die Grenzgleichungen

$$l = 0,\ \dot{E} = \dot{E}_2 \text{ und } \dot{J} = \dot{J}_2$$

liefert. Diese oben eingesetzt ergeben:

$$\dot{E}_2 = A + B$$

und

$$\dot{J}_2 = \sqrt{\frac{Y_l}{Z_d}}\,(A - B),$$

oder

$$A = \frac{1}{2}\left(\dot{E}_2 + \dot{J}_2\sqrt{\frac{Z_d}{Y_l}}\right)$$

und

$$B = \frac{1}{2}\left(\dot{E}_2 - \dot{J}_2\sqrt{\frac{Z_d}{Y_l}}\right).$$

Nach Einführung dieser Konstanten in die Gleichungen für E und J ergeben sich die folgenden Ausdrücke für die Spannung E_0 und die Stromstärke J_1 an der Primärstation, wo $l = L$ ist:

$$E_0 = \frac{1}{2} E_2 \left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right) + \frac{1}{2} J_2 \sqrt{\frac{Z_d}{Y_l}} \left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right)$$

und

$$J_1 = \frac{1}{2} J_2 \left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right) + \frac{1}{2} E_2 \sqrt{\frac{Y_l}{Z_d}} \left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right).$$

Es wird aber auch

und

$$E_0 = C_1 E_2 + C_2 J_2 Z_k \quad \ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

$$J_1 = C_2 J_2 + C_1 E_2 Y_0 \quad \ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

Aus diesen vier Gleichungen ergeben sich nun für eine Arbeitsübertragung die folgenden Konstanten [1]):

$$C_1 = C_2 = C = \tfrac{1}{2} \left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right) \quad \ldots \quad (12)$$

die Impedanz:

$$Z_k = \sqrt{\frac{Z_d}{Y_l}} \frac{e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}}{e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}} \quad \ldots \quad (13)$$

und die Admittanz:

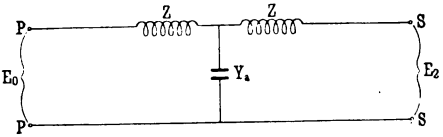
$$Y_0 = \sqrt{\frac{Y_l}{Z_d}} \frac{e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}}{e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}} \quad \ldots \quad (14)$$

Zwischen den drei Konstanten C, Z_k und Y_0 besteht ferner die Relation

$$Z_k Y_0 = 1 - \frac{1}{C^2} \quad \ldots\ldots \quad \text{(III')}$$

so daß C hier durch Messung von Z_k und Y_0 bestimmt werden kann. Es ist $C = \gamma e^{j\psi}$, wo γ und ψ nach den Formeln (9') und (10') zu berechnen sind. Für die Doppelleitung gelten also auch alle Formeln von I' bis XIII' und die Diagramme, die sich auf diese beziehen.

Fig. 14.



Da für die Arbeitsübertragung mit homogenen Leitungen dieselben Gleichungen gelten wie für den Stromkreis (Fig. 2), wo $Z_1 = Z_2$ ist, so läßt die Doppelleitung sich stets durch einen Stromkreis nach

[1]) Die Wurzeln der komplexen Größen lassen sich bekanntlich nach der Formel

$$\sqrt{r e^{j\varphi}} = \sqrt{r}\, e^{j\frac{\varphi}{2}}$$

berechnen.

dem Schema Fig. 14 (a. v. S.) ersetzen. Für diesen Stromkreis ist das Verhältnis:

$$C = 1 + Y_a Z,$$

die Impedanz:

$$Z_k = Z + \frac{Z}{C} = Z\left(1 + \frac{1}{C}\right)$$

und die Admittanz:

$$Y_0 = \frac{Y_a}{C}.$$

Hieraus folgt, daß der der Doppelleitung äquivalente Stromkreis die Konstanten:

$$Y_a = Y_0 C = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Y_l}{Z_d}}\left(e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}\right) \quad \cdots \quad (15)$$

und

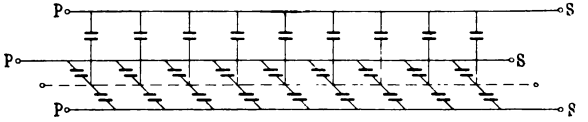
$$Z = \frac{Z_k C}{1 + C} = \sqrt{\frac{Z_d}{Y_l}} \frac{e^{\sqrt{Z_d Y_l}} - e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}}{1 + \frac{1}{2} e^{\sqrt{Z_d Y_l}} + \frac{1}{2} e^{-\sqrt{Z_d Y_l}}} \quad \cdots \quad (16)$$

erhält.

Es soll noch bemerkt werden, daß die Konstanten C, Y_0 und Z_k keine einfachen Funktionen der Periodenzahl sind; denn im allgemeinen ist die Reaktanz x_d der Periodenzahl direkt und die Suszeptanz b_l derselben umgekehrt proportional. Hieraus folgt, daß die Konstanten Z und Y_a des äquivalenten Stromkreises nicht in derselben Weise wie Z_d und Y_l mit der Periodenzahl variieren, so daß Z und Y_a für jede Periodenzahl neu zu berechnen sind.

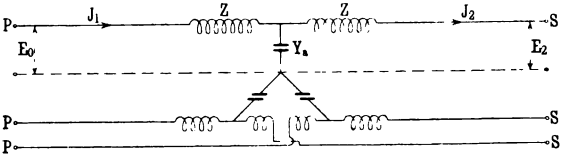
Die Mehrphasenarbeitsübertragungen werden fast alle dreiphasig und mit drei Leitern ausgeführt; hier und da erdet man

Fig. 15.



die neutralen Punkte an der Primär- und Sekundärstation und benutzt auf diese Weise die Erde als neutralen Leiter. In beiden

Fig. 15a.



Fällen lassen sich die physikalischen Vorgänge in der Dreiphasenarbeitsübertragung durch das Schema (Fig. 15) zum Ausdruck

bringen, und da man für jede Phase dieses Schemas dieselben Formeln und Diagramme erhält wie für die Einphasenanlage (Fig. 13), so kann dasselbe durch den Stromkreis (Fig. 15a) ersetzt werden. Die Konstanten Z und Y_a jeder Phase dieses Stromkreises sind nach den Formeln (15) und (16) zu berechnen. In allen Formeln beziehen Z_d und Y_l sich aber nur auf eine Leitung.

Kompoundierung einer Arbeitsübertragung.

Es wird oft verlangt, daß sowohl die Primärspannung E_0 wie die Sekundärspannung E_2 bei allen Belastungen konstant gehalten werden sollen. Dies ist aber nur möglich, wenn man den wattlosen Strom in der Sekundärstation passend reguliert, was entweder durch Änderung einer zwischen den Leitungen eingeschalteten Kapazität oder noch besser durch Änderung der Erregung eines als Phasenregler dienenden Motors geschehen kann.

Um den wattlosen Strom als Funktion von der Belastung zu bestimmen, gehen wir von der Spannungsgleichung (I') der Leitungen aus:

$$\mathfrak{E}_0 = C\,(\mathfrak{E}_2 + \mathfrak{J}_2 Z_k).$$

Wir zerlegen den Sekundärstrom J_2 in zwei Komponenten, in eine Wattkomponente J_w in Phase mit E_2 und in eine wattlose Komponente J_{wl}, die um 90° in Phase gegen E_2 verschoben ist. Es ist also:

$$\mathfrak{J}_2 = J_w + j\,J_{wl}$$

und

$$\frac{\mathfrak{E}_0}{C} = \mathfrak{E}_2 + J_w Z_k + j\,J_{wl} Z\,.$$

Hieraus ergibt sich:

$$\left(\frac{E_0}{\gamma}\right)^2 = (E_2 + J_w r_k + J_{wl} x_k)^2 + (J_{wl} r_k - J_w x_k)^2.$$

Die Gleichung nach J_{wl} aufgelöst gibt:

$$J_{wl} = -\,\frac{E_2 x_k - \sqrt{\left(\frac{E_0}{\gamma}\right)^2 z_k^2 - (E_2 r_k + J_w z_k^2)^2}}{z_k^2}$$

oder

$$J_{wl} = -\,E_2 b_k + \sqrt{\frac{E_0^2}{\gamma^2 z_k^2} - (E_2 g_k + J_w)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Wenn der Wattstrom J_w wächst, nimmt die Größe unter der Wurzel ab, und wenn diese Größe gleich Null geworden ist, hat

J_w und damit die Leistung $W = E_2 J_w$ ihre maximale Grenze erreicht. Man erhält somit bei Kompoundierung einer Arbeitsübertragung die maximale Leistung, wenn

$$\frac{E_0}{\gamma} z_k = E_2 r_k + J_w z_k^2,$$

d. h. wenn

$$J_w = \frac{\frac{1}{\gamma} E_0 z_k - E_2 r_k}{z_k^2} = \frac{E_0}{\gamma z_k} - E_2 g_k$$

ist. Der wattlose Strom wird in diesem Falle gleich:

$$J_{wl} = - E_2 b_k$$

und die maximale Leistung:

$$W'_{max} = E_2 J_w = E_2 \frac{E_0}{\gamma z_k} - E_2^2 g_k = \frac{\frac{1}{\gamma} E_0 E_2 z_k - E_2^2 r_k}{z_k^2} \quad (18)$$

Um die größte Leistung, die überhaupt bei der Primärspannung E_0 übertragen werden kann, zu erhalten, setzen wir den Differentialquotienten von W'_{max} nach E_2 gleich Null und erhalten:

$$\frac{z_k E_0}{\gamma} - 2 E_2 r_k = 0$$

oder

$$E_2 = \frac{E_0}{2 \gamma \cos \varphi_k}.$$

Die maximale Leistung ist also:

$$W_{max} = \frac{E_0}{\gamma z_k} \cdot \frac{E_0}{2 \gamma \cos \varphi_k} - \frac{E_0^2 g_k}{2 \gamma^2 \cos^2 \varphi_k} = \frac{E_0^2}{4 \gamma^2 r_k} \quad (19)$$

welchen Wert wir schon früher gefunden haben. Bei der maximalen Leistung wird der Wattstrom:

$$J_w = \frac{E_0}{\gamma z_k} - \frac{E_0 g_k}{4 \gamma \cos \varphi_k} = \frac{E_0}{2 \gamma z_k}$$

und der wattlose Strom gleich:

$$J_{wl} = - \frac{E_0 b_k}{2 \gamma \cos \varphi_k} = - \frac{E_0}{2 \gamma z_k} tg \varphi_k;$$

also

$$tg \varphi_2 = \frac{J_{wl}}{J_w} = - tg \varphi_k,$$

d. h.

$$\varphi_2 + \varphi_k = 0 \quad (20)$$

zu welcher Bedingung wir auch früher, S. 27, gekommen sind.

Kapitel III.

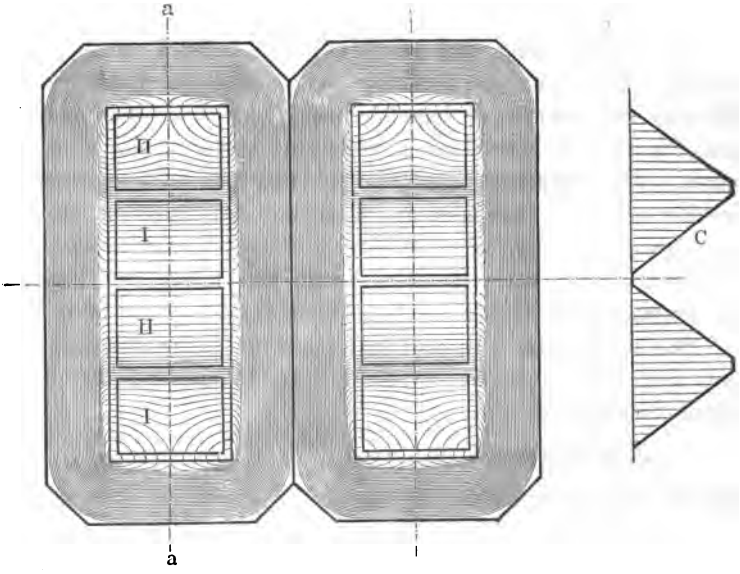
Transformatoren.

Wir haben gesehen, daß die Gleichungen I, II und III allgemein gültig sind; sie müssen somit auch für Transformatoren und andere elektromagnetische Apparate, deren primäre und sekundäre Klemmen nicht durch elektrisch leitende Drähte direkt miteinander verbunden sind, gelten.

Um die Bedeutung der Gleichungen und der Konstanten derselben bei diesen Apparaten besser verstehen und ermitteln zu können, betrachten wir zuerst die physikalischen Vorgänge in einem Einphasentransformator.

Fig. 16 zeigt das Bild des magnetischen Feldes eines Manteltransformators; I ist die primäre und II die sekundäre Wicklung.

Fig. 16.



Diese können beide dieselben Windungszahl w haben. Man zerlegt am besten das ganze Feld in Kraftröhren und betrachtet eine einzige Röhre, welche w_{1x} primäre und w_{2x} sekundäre Windungen umschlingt. Der Kraftfluß dieser Röhre ist proportional

$$i_1 w_{1x} + i_2 w_{2x}.$$

i_1 und i_2 sind die Ströme in der primären bzw. der sekundären Wicklung; diese werden bekanntlich bei gleicher Windungszahl beider Wicklungen einander fast gleich, aber entgegengesetzt gerichtet. Da

$$i_1 w_{1x} + i_2 w_{2x} = (i_1 + i_2) w_{2x} + i_1 (w_{1x} - w_{2x})$$

oder

$$i_1 w_{1x} + i_2 w_{2x} = (i_1 + i_2) w_{1x} + i_2 (w_{2x} - w_{1x}),$$

so kann der Fluß in zwei Teile zerlegt werden, von denen der eine Teil dem Magnetisierungsstrom $(i_1 + i_2)$ proportional und der übrige Teil entweder dem Primärstrome oder dem Sekundärstrome proportional ist. Der erste Teil des Flusses wird als Hauptfluß und der zweite Teil als Streufluß bezeichnet. Der Fluß dieses Rohres induziert in der Primärwicklung eine EMK proportional:

$$\frac{d\, w_{1x} (i_1 w_{1x} + i_2 w_{2x})}{dt} = d\, \frac{(i_1 + i_2) w_{1x} w_{2x} + i_1 w_{1x} (w_{1x} - w_{2x})}{dt}$$

und in der Sekundärwicklung eine EMK proportional:

$$\frac{d\, w_{2x} (i_1 w_{1x} + i_2 w_{2x})}{dt} = d\, \frac{(i_1 + i_2) w_{1x} w_{2x} + i_2 w_{2x} (w_{2x} - w_{1x})}{dt}.$$

Wir sehen somit, daß der Hauptfluß jeder Kraftröhre in der Primär- und Sekundärwicklung stets dieselbe EMK induziert, während die Streuflüsse verschiedene EMKe und zwar solche, die dem Strome der betreffenden Wicklung proportional sind, induzieren. Die Streuflüsse durchlaufen fast alle eine größere Luftstrecke und sind deswegen in Phase mit den Strömen, von denen sie erzeugt werden. Der größte Teil des Hauptflusses verläuft im Eisen und wird deswegen durch die Hysteresis gegen den ihn erzeugenden Magnetisierungsstrom $(i_1 + i_2)$ verspätet.

Summiert man nun die EMKe, die in jeder Wicklung induziert werden, so lauten die Differentialgleichungen für den primären Stromkreis:

$$E_0 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_0) = i_1 r_1 + S_1 \frac{di_1}{dt} + w \frac{d\Phi_h}{dt} \quad . \quad (21)$$

und für den sekundären Stromkreis:

$$0 = E_2 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_2) + i_2 r_2 + S_2 \frac{di_2}{dt} + w \frac{d\Phi_h}{dt} \quad (22)$$

$i_1 S_1$ und $i_2 S_2$ sind die Summen der Streuflußverkettungen der primären bzw. der sekundären Wicklungen; S_1 und S_2 sind die Streuinduktionskoeffizienten und diese sind gleich:

$$S_1 = \Sigma \frac{w_{1x} (w_{1x} - w_{2x})}{R_x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

und

$$S_2 = \Sigma \frac{w_{2x}\,(w_{2x} - w_{1x})}{R_x} \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

wo R_x = dem magnetischen Widerstande der Kraftröhre, die mit w_{1x} primären und w_{2x} sekundären Windungen verkettet ist. Φ_h ist der ideelle Hauptkraftfluß, der sowohl die primäre als auch die sekundäre Wicklung vollständig umschlingt und in beiden

Fig. 17.

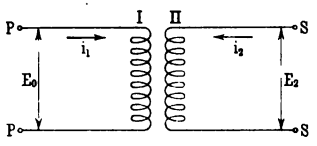
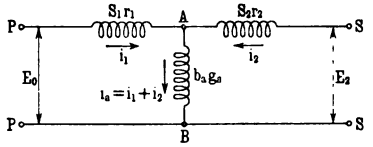


Fig. 17a.



Wicklungen dieselbe EMK wie die Summe aller Hauptflußverkettungen $\Sigma(\Phi_h w_x)$ induziert.

Die beiden obigen Differentialgleichungen gelten sowohl für den Transformator (Fig. 17) als für den in Fig. 17a dargestellten Stromkreis.

In dem Stromzweig AB fließt der Strom $i_1 + i_2 = i_a$ und erfordert zwischen den Klemmen A und B die Spannung:

$$e = w \frac{d\Phi_h}{dt}.$$

Da Φ_h dem Magnetisierungsstrome i_a um den Winkel $\frac{\pi}{2} - \varphi_a$ nacheilt, so eilt die Spannung e dem Magnetisierungsstrome i_a um φ_a voraus. Man darf also setzen:

$$\dot{J}_a = \dot{E}\, Y_a = \dot{E}\,(g_a + j\, b_a),$$

wo

$$tg\, \varphi_a = \frac{b_a}{g_a}.$$

Wir haben somit den Transformator auf den in Fig. 17a dargestellten Stromkreis zurückgeführt und indem wir $2\pi c S_1$ und $2\pi c S_2$ mit x_1 bzw. x_2 bezeichnen, so erkennen wir, daß dieser Stromkreis vollständig mit dem Stromkreis, Fig. 2, identisch ist, und die für diesen abgeleiteten Formeln gelten auch für den Transformator, der die Konstanten:

$$C_1 = 1 + Z_1\, Y_a,$$
$$C_2 = 1 + Z_2\, Y_a,$$
$$Y_0 = \frac{Y_a}{C_1}$$

und

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{C_2}$$

erhält. Es ist bei gewöhnlichen Transformatoren der Leerlaufstrom höchstens 5 Proz. des normalen Primärstromes und die Impedanzspannung $J_1 z_1$ bei Normallast höchstens 3 Proz. der Primärspannung. Man darf also schreiben:

$$E_0 y_a \leqq 0{,}05 J_1$$

und

$$J_1 z_1 \leqq 0{,}03 E_0,$$

woraus durch Multiplikation dieser beiden Ausdrücke folgt:

$$y_a z_1 \leqq 0{,}0015;$$

und da $z_2 \sim z_1$ analog:

$$y_a z_2 \leqq 0{,}0015.$$

Hieraus folgt weiter, daß

$$C_1 = C_2 = C = \gamma e^{j\psi},$$

$$Y_0 = \frac{Y_a}{C}$$

und

$$Z_k = Z_1 + \frac{Z_2}{C}$$

gesetzt werden kann. Für den Transformator gelten somit die Formeln I′ bis VIII′ und die Diagramme Fig. 10 und 11.

Hat die Sekundärwicklung eine von der Primärwicklung verschiedene Windungszahl, so kann man sich die Sekundärwicklung durch eine andere von gleicher Windungszahl wie die Primärwicklung ersetzt denken. Es wird dann für diesen gedachten Sekundärkreis die Spannung:

$$E_2' = \frac{w_1}{w_2} E_2 = u E_2,$$

die Stromstärke:

$$J_2' = \frac{w_2}{w_1} J_2 = \frac{J_2}{u},$$

die Reaktanz:

$$x_2' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 x_2 = u^2 x_2$$

und der Widerstand:

$$r_2' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 r_2 = u^2 r_2.$$

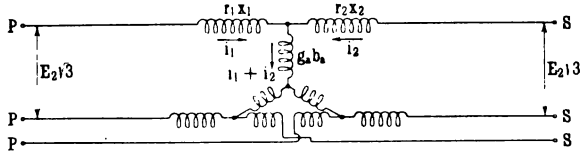
u heißt man das Übersetzungsverhältnis der beiden Wicklungen.

Mit diesen Größen können nun alle Zwischenrechnungen durchgeführt werden.

Ein Dreiphasentransformator mit beiden Wicklungen im Stern kann in analoger Weise durch den äquivalenten Stromkreis (Fig. 18) ersetzt werden.

Auf diesen lassen sich auch die übrigen Dreiphasentransformatoren mit drei Leitern sekundär zurückführen.

Fig. 18.



1. Leerlauf:

Indem das Verhältnis C sich nur um einige Tausendstel von der Einheit unterscheidet, so kann

$$Y_a \cong Y_0 = \frac{E_{0,0}}{J_0}$$

gesetzt werden und läßt sich also aus dem Leerlaufversuch ermitteln, d. h. mit anderen Worten: man vernachlässigt bei der Bestimmung der Konstanten g_a und b_a den durch den Leerlaufstrom bewirkten Spannungsabfall in der Primärwicklung.

Vernachlässigt man die Hysteresis, so kann bei Leerlauf der Hauptkraftfluß gleich $\Phi_h = \frac{i_1 w_1}{R}$ gesetzt werden, wo R den magnetischen Widerstand des ideellen magnetischen Kraftflusses bedeutet, der sowohl die primäre wie die sekundäre Wicklung vollständig umschlingt. Indem wir den gegenseitigen Induktionskoeffizienten $M = \frac{w_1 w_2}{R}$ der primären und sekundären Wicklung einführen, so geht die Gleichung (21) bei Leerlauf über in:

$$E_0 \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_0) = i_1 r_1 + \left(S_1 + M \frac{w_1}{w_2}\right) \frac{di_1}{dt} = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}.$$

L_1 ist der Selbstinduktionskoeffizient der Primärwicklung. Zwischen den Koeffizienten der Selbstinduktion, Streuinduktion und gegenseitigen Induktion besteht somit die folgende Relation:

$$L_1 = S_1 + M \frac{w_1}{w_2}$$

für die Primärwicklung und analog

$$L_2 = S_2 + M \frac{w_2}{w_1}$$

für die Sekundärwicklung.

Durch Multiplikation dieser zwei Relationen ergibt sich weiter

$$M^2 = (L_1 - S_1)(L_2 - S_2).$$

Von dem von der Primärwicklung erzeugten und mit derselben

verketteten Kraftflusse ist ein Teil entsprechend $M \frac{w_1}{w_2}$ mit der Sekundärwicklung und ein Teil entsprechend S_1 nur mit der Primärwicklung verkettet.

In der Technik wird das Verhältnis

$$\frac{L_1}{M\frac{w_1}{w_2}} = \frac{L_1}{L_1 - S_1} = \sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

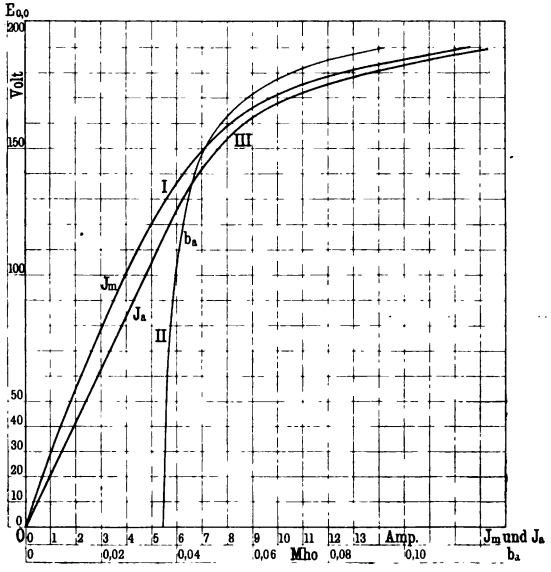
nach dem Vorschlag von J. Hopkinson Streuungskoeffizient genannt. σ ist stets größer als 1 und stellt das Verhältnis zwischen dem totalen Kraftflusse und demjenigen Kraftflusse, der mit der Sekundärwicklung verkettet und somit als nutzbar zu betrachten ist, dar.

Jeder Klemmenspannung $E_{0,0}$ entspricht ein ganz bestimmter Kraftfluß

$$\Phi_h = \frac{E_{0,0}\, 10^8}{4{,}44\, c\, w_1}$$

und eine maximale Induktion $B_{max} = \frac{\Phi_h}{Q}$ im magnetischen Kreise. Berechnen wir nun zu jeder Sättigung den nötigen Magnetisierungsstrom $J_m = E_{0,0}\, b_a$ und tragen B_{max} oder die damit proportionale

Fig. 19.



EMK $E_{0,0}$ als Funktion von J_m auf, so erhalten wir die Magnetisierungskurve des Transformators. Der untere Teil dieser Kurve I

(Fig. 19) ist bekanntlich geradlinig, so daß für kleine Sättigungen die Suszeptanz $b_a \sim b_0$ konstant wird. In Fig. 19 stellt die Kurve II die EMK $E_{0,0}$ als Funktion von b_a dar; man sieht, daß b_a bei hohen Sättigungen zunimmt.

Der Leerlaufverlust $W_0 = g_a E_{0,0}^2$ setzt sich zusammen aus den Hysteresis- und Wirbelstromverlusten im Eisen, die durch zyklische Ummagnetisierung des magnetischen Kreises verursacht werden, und aus dem durch den Leerlaufstrom bedingten Kupferverlust.

Innerhalb enger Grenzen der Periodenzahl c können die Eisenverluste W_e, wenn man von kleinen Fehlern absieht, durch die folgende Funktion ausgedrückt werden:

$$W_e = A c \left(\frac{E_{0,0}}{c}\right)^{1,6} + B c^2 \left(\frac{E_{0,0}}{c}\right)^2$$

Die Formel gilt aber nur für eine bestimmte Form der EMK-Kurve; für eine andere Kurve erhält man wieder andere Konstanten A und B.

Die Eisenverluste repräsentieren die Verluste in dem Stromkreis AB; es ist also:

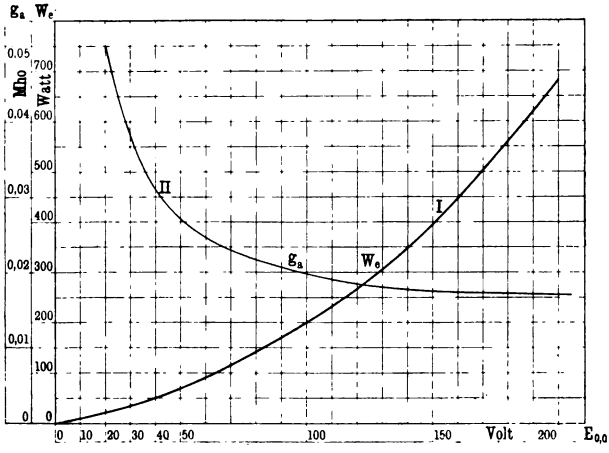
$$g_a E_{0,0}^2 = A \frac{E_{0,0}^{1,6}}{c^{0,6}} + B E_{0,0}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

und

$$g_a = \frac{A}{c^{0,6} E_{0,0}^{0,4}} + B \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

d. h. die Konduktanz g_a ist keine Konstante, sondern eine Funktion der Spannung und der Periodenzahl. In Fig. 20 sind die

Fig. 20.



Eisenverluste W_e und die Konduktanz g_a für einen Transformator als Funktion der EMK $E_{0,0}$ aufgetragen. Kurve III (Fig. 19) stellt die EMK $E_{0,0}$ als Funktion des Stromes $J_a = E_{0,0}\, Y_a \simeq E_{0,0}\, Y_0$ dar; diese Kurve ist die sogenannte Leerlaufcharakteristik des Transformators, die man experimentell bestimmen kann.

Fig. 21.

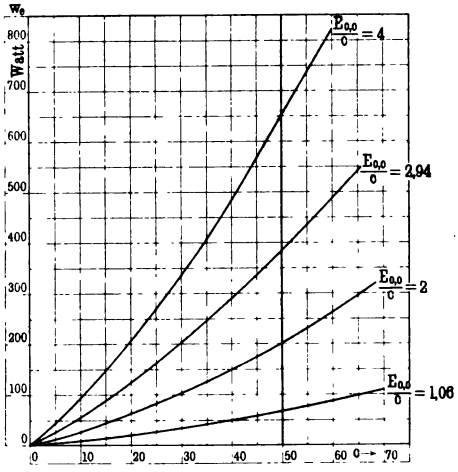
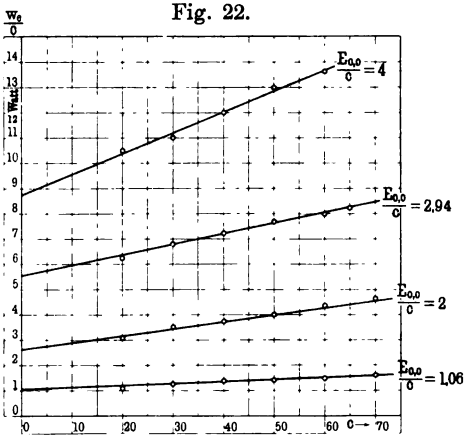


Fig. 22.



Es ist für die Vorausberechnung von Transformatoren von Bedeutung, daß man die Konstanten A und B der Eisenverluste kennt oder mit anderen Worten, daß man weiß, ein wie großer Teil der Eisenverluste proportional der Periodenzahl und 1,6ten Potenz der Sättigung des Eisens und ein wie großer Teil derselben proportional dem Quadrate der Periodenzahl und dem Quadrate der Sättigung wächst.

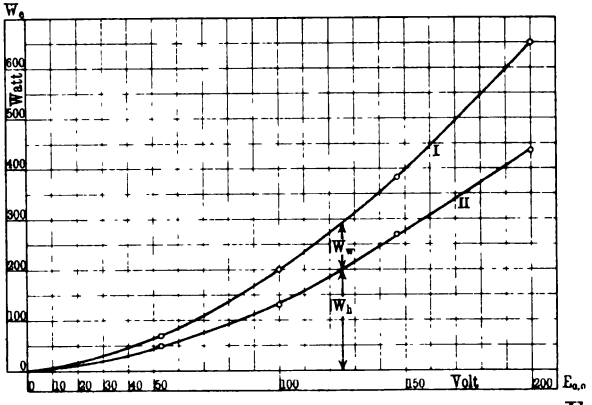
Um diese Größen zu bestimmen, ermittelt man durch Leerlaufversuche die Eisenverluste:

$$W_e = W_0 - J_{0,0}^2\, r_1$$

bei ein und demselben Verhältnis zwischen der EMK $E_{0,0}$ und der Periodenzahl c, d. h. bei ein und derselben Sättigung des Eisens (Fig. 21). Demnach berechnet man für dasselbe Verhältnis $\frac{E_{0,0}}{c}$ die Eisenverluste pro Periode $\frac{W_e}{c}$ und trägt diese Größe als Funktion von c auf, wie es in Fig. 22 geschehen ist. Die in dieser Weise erhaltenen Kurven sind fast geradlinig und ihre Verlängerung schneidet auf der Ordinatenachse die Strecken $A\left(\frac{E_{0,0}}{c}\right)^{1,6}$ ab. Man kann in dieser Weise stets die Konstante A kontrollieren

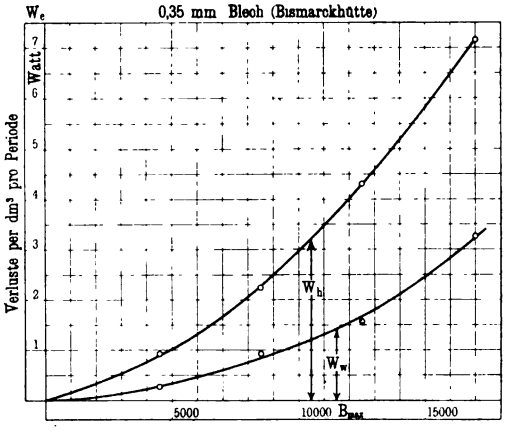
und wird finden, daß sie innerhalb enger Grenzen mit der Sättigung oder der EMK $\frac{E_{0,0}}{c}$ wenig variiert. Wünscht man die Eisenverluste, z. B. bei der Periodenzahl 50, zu trennen, so trägt man die gemessenen Werte von W_e und die mit dem eben gefundenen

Fig. 23.



Mittelwert von $A = 0{,}95$ berechneten Verluste $A\,c\left(\frac{E_{0,0}}{c}\right)^{1,6}$ als Funktion von $E_{0,0}$ auf (Fig. 23). Die Ordinaten der Kurve II geben uns dann die mit der Periodenzahl proportionalen Verluste bei diesen 50 Perioden und die Differenz der Ordinaten der Kurve I und II, die mit dem Quadrate der Periodenzahl zunehmenden Verluste. Die ersten sind Hysteresisverluste und die letzten hauptsächlich Wirbelstromverluste.

Fig. 24.



Da $\frac{E_{0,0}}{c}$ der maximalen Sättigung B_{max} des Eisens proportional ist, so kann man nun die Hysteresis- und Wirbelstromverluste für diese Periodenzahl pro dm³ Eisenvolum als Funktion von B_{max} auftragen, was in Fig. 24 geschehen ist. Hat man nun die Verluste für eine andere Periodenzahl zu ermitteln, so weiß man, daß die Hysteresisverluste proportional der Periodenzahl und die

Wirbelstromverluste proportional dem Quadrate derselben zu nehmen sind.

2. Kurzschluß:

Bei Kurzschluß ist das von der Spannung $E_{0,0}$ herrührende Feld, welches fast ausschließlich durch den Eisenkörper verläuft, fast verschwunden. Da die Wicklungen aber dieselben Ströme führen wie bei Belastung, so bleiben die Streufelder, die sich hauptsächlich durch die Luft schließen, unverändert und erzeugen in den massiven Kupfer- und Eisenkörpern, die sie durchsetzen, dieselben Wirbelströme. Die Verluste durch Wirbelströme in den massiven Metallteilen des Transformators sind somit bei Kurzschluß und Belastung dieselben und der bei Kurzschluß gemessene effektive Widerstand:

$$r_k = \frac{W_k}{J_{1k}^2}$$

ist maßgebend für die Berechnung derjenigen Verluste im Transformator, die dem Quadrate des Stromes proportional sind.

Was nun die bei Kurzschluß gemessene Reaktanz anbelangt, so gilt diese auch für Belastung; denn die Streuflüsse sind bei Kurzschluß und Belastung gleich groß.

Der aus dem Kurzschlußversuch gemessene effektive Widerstand ist größer als der Ohmsche und zwar wegen der von dem Belastungsstrome induzierten Wirbelströme in den massiven Metallteilen des Transformators. In der folgenden Tabelle ist das Verhältnis des effektiven Widerstandes zu dem Ohmschen für zwei Typen Dreiphasentransformatoren angegeben. Aus derselben geht deutlich hervor, daß dieses Verhältnis bei einer und derselben Type höchst verschieden ausfallen kann. Es schwankt aber bei beiden Typen innerhalb derselben Grenzen.

Leistung in KW	5	10	15	20	30	
Dreiphasentransformator mit Stoßfugen und Zylinderwicklung	1,39	1,04	1,19	1,12	1,24	gebaut von Gesellschaft für Elektrische Industrie, Mannheim.
Dreiphasentransformator ohne Stoßfugen und mit Scheibenwicklung . .	—	1,13	1,16	1,27	1,34	gebaut von Brown, Boveri u. Co., A.-G. Mannheim.

3. Wirkungsgrad:

Wir haben nun noch die Berechnung des Wirkungsgrades aus den bei Leerlauf und Kurzschluß gemessenen Verlusten genauer zu diskutieren, als dies bei dem allgemeinen Stromkreis möglich war. Der Wirkungsgrad ist gleich:

$$\eta = \frac{W_2}{W_0 + W_k + s E_2 J_2},$$

wo

$$s = p \cos \varphi_2 + q \sin \varphi_2$$

und

$$p = \gamma^2 (1 + r_k g_0 - x_k b_0)$$

$$q = \gamma^2 (r_k b_0 + x_k g_0).$$

Betrachten wir einen normalen 10 KW-Transformator für 100 Volt und 100 Ampère mit den Konstanten:

$$Z_k = 0{,}02 - 0{,}04\, j$$

und

$$Y_0 = 0{,}02 + 0{,}04\, j,$$

so wird

$$C = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - y_0 z_k}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}002}} = 1{,}001,$$

$$p = 1{,}002\ (1 + 0{,}0004 - 0{,}0016) = 1{,}0008$$

und

$$q = 1{,}002\ (0{,}0008 + 0{,}0008) = 0{,}0016.$$

Bei $\varphi_2 = 60^0$ erhält man fast den größten Wert für:

$$s - \cos \varphi_2 = (p - 1) \cos \varphi_2 + q \sin \varphi_2 = 0{,}0004 + 0{,}00138 = 0{,}00178.$$

Hieraus folgt, daß man durch Vernachlässigung des Gliedes $(s - \cos \varphi_2)\, E_2 J_2$ bei der Berechnung des Wirkungsgrades für den Leistungsfaktor $\cos \varphi_2 = \cos 60^0 = 0{,}5$ höchstens einen Fehler von $\frac{0{,}178}{0{,}5} = 0{,}35$ Proz. begeht. Für $\cos \varphi_2 = 1$ ist der Fehler nur 0,08 Proz., also verschwindend klein.

Betrachten wir die Verluste im Transformator bei der sekundären Belastung (E_2, J_2), so sieht man, daß die Eisenverluste der induzierten EMK $E_{0,0} \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)$ entsprechen und die Kupferverluste gleich $J_1^2 r_1 + J_2^2 r_2$ sind. Da

$$g_0 E_{0,0}^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \simeq g_0 E_{0,0}^2 (1 + \varepsilon) = W_0 (1 + \varepsilon),$$

wo ε % die prozentuale Spannungszunahme von Leerlauf bis Belastung bedeutet, und da

$$J_1^2 r_1 + J_2^2 r_2 \simeq \left(\frac{J_1 + J_2'}{2}\right)^2 r_k = J_{k,1}^2 \left(1 + \frac{j}{2}\right)^2 r_k = W_k (1 + j),$$

wo j % die prozentuale Stromzunahme von Kurzschluß bis Belastung bedeutet, so kann der Wirkungsgrad eines Transformators mit großer Annäherung gleich

$$\eta = \frac{W_2}{W_2 + W_0 (1 + \varepsilon) + W_k (1 + j)}$$

gesetzt werden.

Für den 10 KW-Transformator werden bei $\cos \varphi_2 = 0{,}5$ die Verluste

$$W_0 + W_k + (s - \cos \varphi_2) E_2 J_2$$
$$= 100{,}1^2 . 0{,}02 + 100{,}1^2 . 0{,}02 + 0{,}00178 . 100 . 100$$
$$= 200{,}4 + 200{,}4 + 17{,}8 = 418{,}6 \text{ Watt.}$$

Und da bei dieser Phasenverschiebung $\varphi_2 = 60^0$

$$\varepsilon = j = 4{,}47 \text{ \%}$$

ist, so erhält man nach der angenäherten Formel:

$W_0 (1 + \varepsilon) + W_k (1 + j) = 209{,}35 + 209{,}35 = 418{,}7$ Watt,

also denselben Verlust wie mit der exakten Formel. Der Wirkungsgrad eines Transformators läßt sich somit mit der größtmöglichen Genauigkeit durch die einfache Formel:

$$\eta \text{ \%} = \frac{W_2}{W_2 + W_0 (1 + \varepsilon) + W_k (1 + j)} 100 \quad . \quad . \quad (28)$$

aus dem Leerlauf- und Kurzschlußversuch ermitteln. Es ist nur darauf zu achten, daß bei dem Leerlaufversuch die Sekundärspannung genau auf ihren Wert E_2 bei Belastung, und daß bei dem Kurzschlußversuch auch der Sekundärstrom genau auf seinen Wert J_2 bei Belastung einreguliert wird.

Was nun den maximalen Wirkungsgrad betrifft, so kann dieser erstens unter der Annahme berechnet werden, daß die Sekundärspannung E_2 konstant bleibt. In diesem Falle, dem die Arbeitsweise eines Transformators entspricht, kann g_0 als konstant angesehen werden, da die Induktion im Eisen sich nur um 1 bis 2 Proz. von Leerlauf bis Belastung ändert. Man erhält deswegen nach Formel IX den maximalen Wirkungsgrad bei derjenigen Stromstärke, deren entsprechender Kurzschlußverlust gleich dem der Sekundärspannung E_2 entsprechenden Leerlaufverlust ist.

Zweitens kann man auch den maximalen Wirkungsgrad unter der Annahme bestimmen, daß die Leistung in Volt-Ampère gegeben ist, während Spannung E_2 und Strom J_2 variiert werden können. Man sucht in diesem Falle diejenige Belastungsweise heraus, bei welcher man unter Annahme konstanter Leistung die kleinsten Verluste im Transformator erhält. — Für diesen Fall

gilt die Formel IX nicht, da g_0 hier nicht als konstant angesehen werden kann. Bei gegebener Leistung sollen die Verluste

$$W_0 + W_k + (s - \cos\varphi_2)\, E_2 J_2$$

ein Minimum sein. Indem man

$$W_0 = \gamma^2 W_e = \gamma^2 (A c^{-0,6} E_2^{1,6} + B E_2^2)$$

und

$$W_k = \gamma^2 J_2^2 r_k$$

setzt und indem man die Verluste $(s - \cos\varphi_2)\, E_2 J_2$ vernachlässigt, erhält man:

$$A c^{-0,6} E_2^{1,6} + B . E_2^2 + J_2^2 r_k = \text{Minimum},$$

wenn

$$E_2 J_2 = \text{Konst.}$$

Wir bilden die Funktion:

$$F = A c^{-0,6} E_2^{1,6} + B . E_2^2 + J_2^2 r_k + \lambda E_2 J_2,$$

differenzieren partiell nach E_2 und J_2 und erhalten:

$$\frac{\partial F}{\partial E_2} = 1{,}6\, A c^{-0,6} E_2^{0,6} + 2 B E_2 + \lambda J_2 = 0 \quad \Big| \; E_2$$

$$\frac{\partial F}{\partial J_2} = 2 r_k J_2 + \lambda E_2 = 0 \quad \Big| \; J_2$$

Hieraus ergibt sich durch Elimination von λ:

$$\mathbf{0{,}8\, A c^{-0,6} E_2^{1,6} + B . E_2^2 = J_2^2 r_k} \quad . \; . \; . \quad (29)$$

oder in Worten ausgedrückt: Bei gegebener Leistung eines Transformators erhält man den maximalen Wirkungsgrad bei derjenigen Belastung, bei welcher die Kupferverluste gleich den Wirbelstromverlusten im Eisen plus 80 Proz. der Hysteresisverluste sind. Bei dieser Belastungsart wird das Material am besten ausgenutzt.

4. Beispiel: An einem 50 KW-Einphasen-Transformator wurde bei Leerlauf:

$E_{0,0} = 5000$ Volt, $J_0 = 0{,}4$ Ampère und $W_0 = 750$ Watt,

und bei Kurzschluß:

$J_{1,k} = 10$ Ampère, $E_k = 250$ Volt und $W_k = 1000$ Watt

gemessen. Es ist somit der Wattstrom bei Leerlauf:

$$J_{0,w} = \frac{W_0}{E_{0,0}} = \frac{750}{5000} = 0{,}15 \text{ Ampère}$$

und der wattlose Strom bei Leerlauf:

$$J_{0,wl} = \sqrt{J_0^2 - J_{0,w}^2} = \sqrt{0{,}4^2 - 0{,}15^2} = 0{,}37 \text{ Ampère}.$$

$J_{0,w}$ ist 1,5 Proz. und $J_{0,wl}$ ist 3,7 Proz. des Belastungsstromes (10 Amp.); aus diesen beiden Größen ergibt sich das Leerlauf-

Fig. 25.

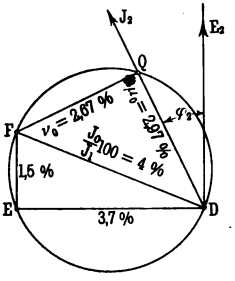


Fig. 26.

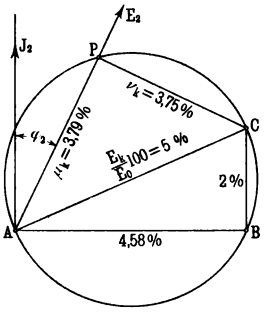


diagramm (Fig. 25). Bei $\cos \varphi_2 = 0{,}9$ wird die prozentuale Stromzunahme:

$$j\ \% = \mu_0 + \frac{\nu_0^2}{200} = 2{,}97 + \frac{2{,}67^2}{200} = 3{,}005\ \%.$$

Bei Kurzschluß ist die Wattkomponente der Primärspannung:

$$E_{k,w} = \frac{W_k}{J_{1,k}} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ Volt},$$

d. h. 2 Proz. der Normalspannung und die wattlose Komponente:

$$E_{k,wl} = \sqrt{E_k^2 - E_{k,w}^2} = \sqrt{250^2 - 100^2} = 229 \text{ Volt},$$

also 4,58 Proz. der Normalspannung. Aus diesen beiden Werten ergibt sich das Kurzschlußdiagramm (Fig. 26); bei $\cos \varphi_2 = 0{,}9$ wird die prozentuale Spannungserhöhung:

$$\varepsilon\ \% = \mu_k + \frac{\nu_k^2}{200} = 3{,}79 + \frac{3{,}75^2}{200} = 3{,}86\ \%.$$

Durch die Transformation des Stromes wird der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung vergrößert und zwar um den Winkel:

$$\Delta \varphi_0 + \Delta \varphi_k = 0{,}573 \left(\frac{\nu_0}{1+j} + \frac{\nu_k}{1+\varepsilon} \right) = 3{,}55^0.$$

Es wird somit der primäre Phasenverschiebungswinkel:

$$\varphi_t = \varphi_2 + \Delta \varphi_0 + \Delta \varphi_k = 25{,}85^0 + 3{,}55^0 = 29{,}4^0$$

und der Leistungsfaktor an den Primärklemmen:

$$\cos \varphi_t = 0{,}871,$$

während

$$\cos \varphi_2 = 0{,}900$$

ist.

Der Wirkungsgrad des Transformators ist bei $\cos \varphi_2 = 0{,}9$ gleich

$$\eta\ \% = \frac{W_2}{W_2 + (1+\varepsilon)\, W_0 + (1+j)\, W_k}\ 100$$

$$= \frac{50 \,.\, 0{,}9}{50 \,.\, 0{,}9 + 1{,}039 \,.\, 1{,}00 + 1{,}030 \,.\, 0{,}75}\ 100 = 96{,}15\ \%.$$

Kapitel IV.

Asynchronmaschinen.

Von den elektromagnetischen Apparaten stehen die Asynchronmotoren den Transformatoren am nächsten; diese besitzen auch zwei Wicklungen, die durch magnetische Kreise verkettet sind. Da aber diese Maschinen dazu dienen, elektrische Energie in mechanische umzuwandeln oder umgekehrt, so sind die beiden Wicklungen relativ zueinander beweglich. Der für den Transformator abgeleitete äquivalente Stromkreis gilt aber trotzdem auch für die Asynchronmaschinen. Dies geht am deutlichsten aus der folgenden Überlegung hervor:

Bei Stillstand verhält sich eine Asynchronmaschine vollständig wie ein Transformator. Ist die Rotorwicklung (Sekundärwicklung) offen, so wird die Statorwicklung (Primärwicklung) der Stromquelle eine so große Stromstärke entnehmen, die eben genügt, um eine der Klemmenspannung gleiche EMK in dieser Wicklung zu induzieren. Diesen Strom erzeugt ein magnetisches Drehfeld, welches sowohl in der Stator-, wie in der Rotorwicklung EMKe derselben Periodenzahl induziert. Schließt man die Rotorwicklung durch ein Voltmeter, so wird dies eine Spannung E_2 zeigen. Unter Berücksichtigung des von dem Magnetisierungsstrom in der Statorwicklung verursachten Spannungsabfalles erhält man:

$$\frac{E_{0,0}}{E_2} = \frac{w_1 f_{w1}}{w_2 f_{w2}}\, \gamma_1 = u\, \gamma_1,$$

wo $E_{0,0}$ die primäre und E_2 die sekundäre Phasenspannung ist, während w_1 und w_2 die Windungszahl pro Phase im Stator bzw. im Rotor bedeuten. f_{w1} und f_{w2} sind die Wicklungsfaktoren und $u = \frac{w_1 f_{w1}}{w_2 f_{w2}}$ das Übersetzungsverhältnis der beiden Wicklungen.

Schließt man die Rotorwicklung durch einen äußeren Widerstand, so wird in derselben sofort ein Strom entstehen. Der Rotor bleibt so lange in Ruhe, bis die MMK desselben so groß wird, daß das Drehmoment des Rotors die mechanische Zugkraft, die von außen auf den Rotor ausgeübt wird, überwindet. — Trotzdem in der Rotorwicklung durch die Bewegung desselben ein Strom von anderer Periodenzahl als der Statorstrom entsteht, wirkt der Rotorstrom auf die Statorwicklung doch in derselben Weise zurück, wie wenn die Sekundärwicklung mit dem Stator fest verbunden wäre.

In der Rotorwicklung wird bei der Schlüpfung s die EMK:

$$E_{2,s} = s\,E_2$$

induziert, und diese erzeugt den Strom:

$$J_2 = \frac{E_{2,s}}{\sqrt{r_2^2 + x_{2,}^2}} = \frac{s\,E_2}{\sqrt{r_2^2 + (s\,x_2)^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_2^2}}.$$

Der sekundäre Phasenverschiebungswinkel ist:

$$\varphi_2 = arc\,tg\,\frac{x_{2,s}}{r_2} = arc\,tg\,\frac{x_2}{\left(\frac{r_2}{s}\right)}$$

und die auf den Rotor pro Phase übertragene Leistung ist bekanntlich gleich:

$$W = \frac{1}{s}\,J_2^2\,r_2 = J_2^2\left(\frac{r_2}{s}\right).$$

Wir sehen hieraus, daß der mit der Schlüpfung s rotierende Rotor sich vollständig durch eine sekundäre mit dem Stator fest verbundene Wicklung ersetzen läßt; die stationäre Sekundärwicklung erhält dieselbe Reaktanz wie die Rotorwicklung und einen effektiven Widerstand $\frac{r_2}{s}$, wo r_2 der effektive Widerstand der Rotorwicklung ist. Die Gleichungen einer mehrphasigen Asynchronmaschine lauten jetzt pro Phase:

$$E_0\sqrt{2}\,.\,sin\,\omega\,t = i_1\,r_1 + S_1\,\frac{di_1}{dt} + \frac{w_1\,d\,\Phi_h}{dt} \quad \cdot\cdot \quad (30)$$

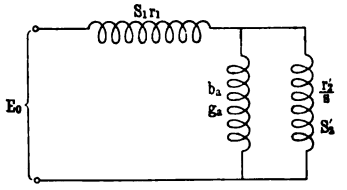
und für den sekundären Stromkreis:

$$0 = i_2\,\frac{r_2}{s} + S_2\,\frac{di_2}{dt} + \frac{w_2\,d\,\Phi_h}{dt} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot \quad (31)$$

Man wird nun ähnlich wie beim Transformator leicht einsehen, daß die beiden obigen Differentialgleichungen auch für

die folgende Schaltung (Fig. 27) Gültigkeit haben, wenn alle Phasen symmetrisch und symmetrisch belastet sind[1]). r_2' und S_2' sind die auf den Primärkreis reduzierten Konstanten des Sekundärkreises.

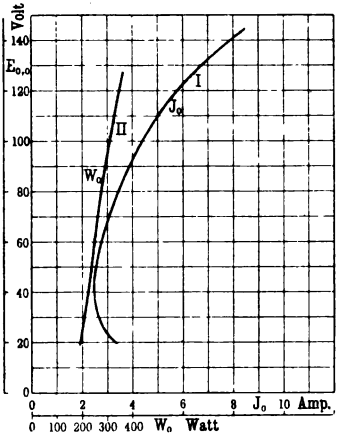
Fig. 27.



1. Leerlauf:

Läßt man den Motor bei derselben Periodenzahl, aber bei verschiedenen Spannungen laufen und trägt die Spannung E_0 als Funktion der Leerlaufstromstärke J_0 auf, so erhält man die Leerlaufcharakteristik des Motors. Die Kurve I (Fig. 28) zeigt eine solche für einen 5 PS-Motor. In derselben Figur sind die Leerlaufverluste W_0 als Funktion der Spannung E_0 durch die Kurve II dargestellt. — Es ist aber für die Vorausberechnung von Motoren von Wichtigkeit, die einzelnen Verluste, aus denen der Leerlaufverlust besteht, zu kennen.

Fig. 28.



Von den Methoden zur Trennung der Leerlaufverluste ist die Auslaufmethode wohl die einwandfreieste. Diese beruht bekanntlich darauf, daß man den auf höhere Geschwindigkeit gebrachten rotierenden Teil der Maschine mit verschiedenen Erregungen oder ohne Erregung auslaufen läßt und dabei die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit bestimmt (Auslaufkurve). Ist das Trägheitsmoment des rotierenden Teiles der Maschine bekannt, so kann man hieraus leicht für jede Geschwindigkeit die zur Drehung der leeren Maschine erforderliche Leistung bestimmen; für ein Trägheitsmoment J_z und eine Winkelgeschwindigkeit ω ist nämlich diese Leistung gleich:

$$- J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$$

oder, wenn n die Tourenzahl der Maschine bedeutet, gleich:

---

[1]) Wie hieraus ersichtlich, lassen sich die beiden Streuflüsse, der primäre und der sekundäre, nicht durch einen resultierenden Streufluß in Rechnung bringen, wie es von A. Heyland bei der Ableitung des Kreisdiagrammes der Asynchronmotoren geschieht.

$$- Kn \frac{dn}{dt},$$

wobei $K = 9{,}81\, J_z \left(\frac{\pi}{30}\right)^2$ eine für die Maschine konstante Größe bedeutet.

In Fig. 29 sei eine Auslaufkurve mit den Tourenzahlen als Ordinaten und der Zeit als Abszisse dargestellt. Stelle Pc für irgend einen Punkt P der Kurve die Tangente derselben dar, so ist:

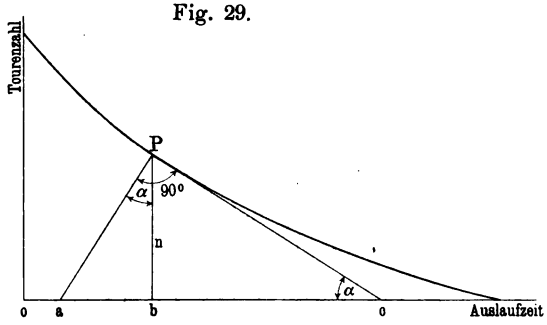
$$tg\,\alpha = - \frac{dn}{dt}$$

und die Strecke:

$$\overline{ab} = n\,tg\,\alpha = - n \frac{dn}{dt}.$$

Die Strecke $\overline{ab}$ ist die Subnormale der Auslaufkurve in dem betrachteten Punkte. Der dem Punkte P entsprechende Leer-

Fig. 29.



laufeffekt ist somit gleich der Konstanten K mal der Subnormale der Auslaufkurve in dem betrachteten Punkte [1]).

Weil die Konstante K im allgemeinen nicht einfach aus den Dimensionen der Maschine zu berechnen ist, bestimmt man dieselbe am besten experimentell, indem man die Maschine unter den gleichen Verhältnissen einmal elektrisch antreibt, wobei die zugeführte elektrische Leistung gemessen wird, und das andere Mal auslaufen läßt. Setzt man hierbei die zum Antreiben notwendige elektrische Leistung gleich der aus der Auslaufkurve erhaltenen, so kann hieraus die Konstante K bestimmt werden.

$$K = 9{,}81\, J_z \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 = 0{,}1075\, J_z,$$

ist ihrer Natur nach eine absolut konstante Größe. Wenn deswegen Messungen, die unter verschiedenen Verhältnissen ausgeführt sind, nicht denselben Wert für K ergeben, so können diese

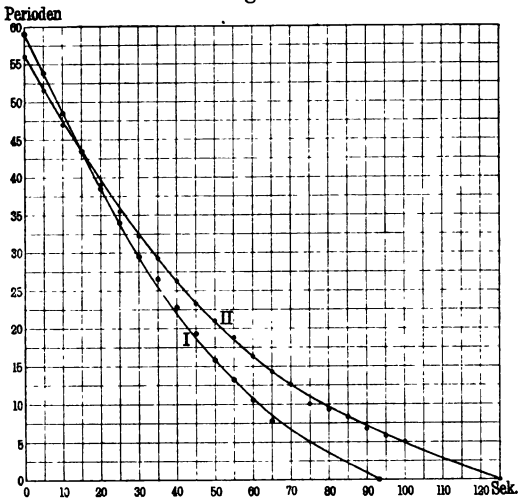
[1]) Siehe Arnold, Die Gleichstrommaschine, Bd. I, S. 503 u. f.

Messungen unmöglich richtig ausgeführt sein. Um K zu bestimmen, mißt man erstens die dem Motor bei einer gegebenen Sättigung und Tourenzahl zugeführte Leistung und nimmt zweitens bei derselben Sättigung die Auslaufkurve auf. Sind die Leerlaufverluste, die bei diesen beiden Messungen auftreten, nicht dieselben, so entspricht die gemessene Leistung nicht demselben Zustand, den man bei Auslauf hat, und man erhält einen unrichtigen Wert für K. Die Verluste setzen sich aus Eisen- und Reibungsverlusten zusammen. Die ersteren können in beiden Fällen höchstens um einige Prozent differieren. Die Reibungsverluste dagegen können sich innerhalb sehr kurzer Zeit stark ändern; sie sind abhängig von der Temperatur des Lagers und ein wenig von der Lage der Welle in den Schalen und somit auch von der Antriebsweise des Motors. Bei der Bestimmung der Konstante K ist deswegen besonders darauf zu achten, daß die Reibungsverluste bei der Messung der zugeführten Leistung und beim Auslauf möglichst gleich bleiben. Zu dem Zwecke verfährt man am besten wie folgt. Man läßt den Motor sich bei der normalen Tourenzahl zuerst gut einlaufen und mißt dann bei mehreren verschiedenen Sättigungen die Leerlaufverluste. Alsdann bringt man den Motor schnell auf eine etwas höhere Tourenzahl und läßt ihn von dort bei der größten Sättigung auslaufen. Er kommt schnell zur Ruhe und die Lager können sich während der kurzen Auslaufzeit nur wenig abkühlen. Man bringt den Motor sofort wieder auf die normale Tourenzahl und läßt ihn dort solange laufen, bis man dieselben Leerlaufverluste erhält wie vorhin. Wenn dies der Fall ist, wird die Tourenzahl schnell wieder etwas erhöht und der Motor läuft bei der nächst größten Sättigung aus. In dieser Weise verfährt man und erhält aus jeder Auslaufkurve einen Wert für K. Man wird finden, daß die in dieser Weise ermittelten Werte von K sehr gut übereinstimmen.

In Fig. 30 (a. f. S.) zeigen die Kurven I und II zwei Auslaufkurven eines dreiphasigen Asynchronmotors von einer Leistung von 5 PS. Die Kurve I ist mit einer konstanten Gleichstromerregung in der Rotorwicklung aufgenommen. Die Kurve II stellt die Auslaufkurve des unerregten Motors dar. Die zweite Kolonne der unterstehenden Tabelle enthält die Subnormalen mehrerer Auslaufkurven bei 1000 Touren in Sekunden ausgedrückt. In der zweiten Kolonne sind die zu den verschiedenen Auslaufkurven entsprechenden Spannungen und in der dritten Kolonne die elektrisch zugeführten Leistungen eingetragen. Die vierte Kolonne endlich gibt das Verhältnis zwischen den Leistungen und den

Subnormalen, d. h. die Konstante K, deren Mittelwert zu 4,66 gefunden wurde. Dieser Wert, mit der Subnormale der Auslauf-

Fig. 30.



kurve bei unerregtem Motor multipliziert, gibt uns den Reibungsverlust 210 Watt bei 1000 Touren.

Auslaufkurven Nr.	Subnormale bei 1000 Touren in Sekunden	Klemmenspannung bei 1000 Touren und 50 Perioden	zugeführte elektrische Leistung	Konstante K
I	82,5	122	378	4,70
II	71,5	105	325	4,66
III	64,0	85	298	4,65
IV	55,7	60	258	4,62
V	45,1	—	(210)	Mittel 4,66

Die Leerlaufverluste bei den verschiedenen Erregungen wurden gemessen, indem der Motor elektrisch als Synchronmotor angetrieben wurde und indem die dem Stator zugeführte Wechselstromspannung so einreguliert wurde, daß die Phasenverschiebung ein Minimum betrug. In diesem Falle ist die Rückwirkung des Statorstromes auf das Feld sehr klein und es entsprechen deshalb die Verluste bei Auslauf der Sättigung des Statoreisens, die von dem Gleichstrom allein hervorgerufen wird. Weil die Phasenverschiebung bei der hier angewandten Messung des Leerlaufeffektes fast Null ist, so kann dieser Effekt sehr genau gemessen werden.

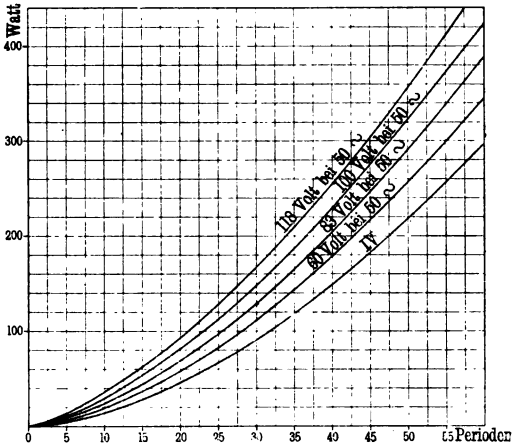
Besitzt der Rotor eine Käfigwicklung, so kann die Konstante K elektrisch nicht direkt bestimmt werden. Um dieselbe zu ermitteln, kuppelt man den Motor mit einer Maschine, deren Auslaufkonstante K_1 bekannt ist. Ermittelt man nun die Auslaufkonstante K_2 der gekuppelten Maschinen, so ist die Auslaufkonstante K des Motors mit Käfiganker gleich:

$$K = K_2 - K_1.$$

Mittels der in dieser Weise ermittelten Auslaufkonstante K lassen sich jetzt die Verluste in einfacher Weise trennen.

Aus den fünf Auslaufkurven berechnet man durch Multiplikation der Subnormalen derselben mit der Konstante K die fünf Verlustkurven (Fig. 31). Diese Kurven können nicht direkt

Fig. 31.



experimentell ermittelt werden, weil die Reibungsverluste, die diesen Kurven zugrunde liegen, sich nicht mit den wirklich auftretenden Reibungsverlusten bei den betreffenden Tourenzahlen decken. Die Differenzen zwischen diesen Verlustkurven und der Reibungskurve IV geben nun die Eisenverluste des Motors für die verschiedenen Periodenzahlen und für vier verschiedene Induktionen.

Um die Eisenverluste nach der Periodenzahl zu trennen, sind in Fig. 32 (a. f. S.) vier Kurven aufgetragen, welche für die Induktionen die Eisenverluste pro Periode als Funktion der Periodenzahl darstellen. Man kann nun die Eisenverluste trennen in solche, welche pro Periode konstant sind und in solche, welche pro Periode variieren. Die ersteren bezeichnen wir der Einfachheit halber als Hysteresisverluste und die letzteren als Wirbel-

stromverluste, obgleich in den letzteren auch die von der viskosen Hysteresis herrührenden Verluste enthalten sind. — Wie ersichtlich, weichen diese Kurven bei den größeren Periodenzahlen stark von einer Geraden ab. Die Wirbelstromverluste nehmen somit nicht proportional dem Quadrate der Periodenzahl, sondern etwas langsamer zu. Dies kann dadurch erklärt werden, daß ein großer Teil der Wirbelstromverluste von der Bearbeitung (Drehen und Stanzen) der Blechkörper herrührt. Die Wirbelströme in den Blechtafeln selbst üben nur eine kleine magnetische Schirmwirkung auf den induzierenden Kraftfluß aus und erzeugen deswegen Verluste, die dem Quadrate der Periodenzahl proportional sind. Dies ist aber nicht

Fig. 32.

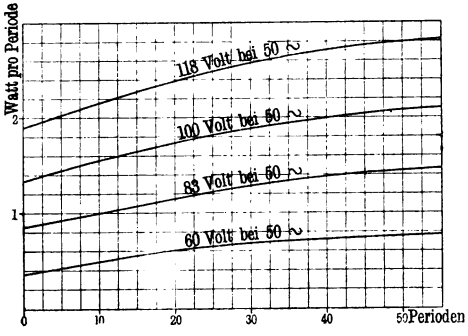
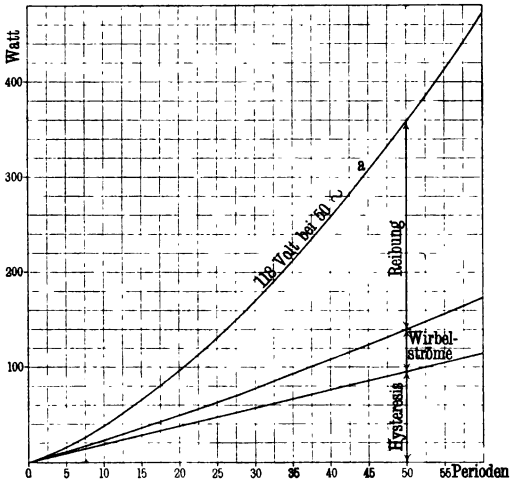


Fig. 33.



der Fall mit den Wirbelströmen, die durch eine Verschmierung der Stator- und Rotoroberflächen entstehen.

In Fig. 33 sind nun endlich die so getrennten Verluste für die maximale Induktion (118 Volt bei 50 Perioden) als Funktion der Periodenzahl aufgetragen.

Wenn ein Motor als Asynchronmotor leer läuft, so bewirkt der Leerlaufstrom einen Spannungsabfall in der Statorwicklung.

Aus diesem Grunde ist die in der Statorwicklung induzierte EMK kleiner als die Klemmenspannung und die Leerlaufverluste kleiner als die, welche auftreten, wenn der Motor bei derselben Spannung als Synchronmotor und bei Phasengleichheit leer läuft.

2. Kurzschluß:

Um die dem Quadrate des Stromes proportionalen Verluste zu bestimmen, schließt man den Rotor bei Stillstand kurz und hält denselben fest. Da bei Stillstand die Schlüpfung $s = 1$ und damit der Widerstand des Rotorstromkreises im äquivalenten Schema gleich r_2 ist, so entspricht die dem kurzgeschlossenen Rotor zugeführte Leistung dem Verluste durch Stromwärme bei Belastung. Die dem stillstehenden und kurzgeschlossenen Motor zugeführte Leistung, welche vollständig in Wärme umgesetzt wird, ist somit gleich dem dem Quadrate des Stromes proportionalen Verluste bei Belastung. Sehen wir von den durch die Wirbelströme im Rotorkupfer bei Stillstand verursachten Verlusten, die nicht groß sind, ab, so kann der bei Kurzschluß gemessene effektive Widerstand:

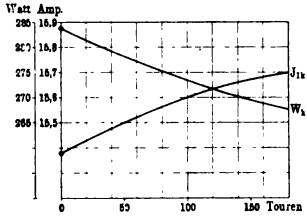
$$r_k = \frac{W_k}{J_{1k}^2}$$

für die Berechnung derjenigen Verluste des Motors dienen, die dem Quadrate des Stromes proportional sind.

In bezug auf die bei Kurzschluß gemessene Reaktanz gilt das beim Transformator gesagte, nämlich, daß die Reaktanz bei Kurzschluß und Belastung die gleiche ist. Sie weichen nur wegen der Schirmwirkung des Rotorkupfers bei Stillstand voneinander ab. Diese Wirkung, die bei Stabankern am größten ist, kann im allgemeinen vernachlässigt werden. Man muß aber beim Kurzschlußversuch den Rotor langsam drehen, damit man den richtigen Mittelwert erhält. Im anderen Falle stellt sich der Rotor in eine bestimmte Lage ein und zwar in die, in welcher der Kurzschlußeffekt W_k am kleinsten ist. Bei Motoren mit vielen Löchern pro Pol und Phase und ungleicher Lochzahl in Rotor und Stator ist diese Wirkung sehr klein. Am besten treibt man den Rotor mechanisch langsam in die entgegengesetzte Richtung des Drehfeldes an und trägt die bei verschiedenen Tourenzahlen gemessenen Kurzschlußströme J_{1k} und Kurzschlußverluste W_k als Funktion der Tourenzahl auf. Durch Verlängerung der in dieser Weise erhaltenen Kurven nach rückwärts bis zum Schnitte mit der Ordinatenachse erhält man die richtigen Werte für J_{1k} und W_k bei Stillstand. In Fig. 34 (a. f. S.) sind

zwei derartige Kurven für einen kleinen vierpoligen Zweiphasenmotor dargestellt; dieselben verlaufen sehr flach, so daß die extrapolierten Werte sehr genau sind. Bei Stillstand bekommt man bei demselben Motor für verschiedene Lagen des Rotors Werte, die um 75 Proz. voneinander abweichen und somit ganz unbrauchbar sind.

Fig. 34.



Der aus dem Kurzschlußversuch ermittelte effektive Widerstand ist je nach der Bauart und Größe des Motors 1,1 bis 1,5 mal so groß wie der Ohmsche Widerstand bei der gleichen Temperatur.

3. Wirkungsgrad:

Die Belastung eines Asynchronmotors ist wie jede mechanische Belastung einer elektrischen Maschine eine rein induktionsfreie, was sich auch aus dem äquivalenten Schema (Fig. 27) ergibt; denn der Belastung entspricht eine elektrische Leistung pro Phase:

$$W_2 = J_2^2 \left(\frac{r_2}{s} - r_2\right) = J_2^2 r_2 \left(1 - \frac{1}{s}\right) = J_2 E_2.$$

Wir nehmen vorläufig an, daß der äquivalente Stromkreis des Motors in bezug auf die Mitte derselben symmetrisch ist, d. h. daß

$$Z_1 = Z_2 \text{ und } C_1 = C_2 = C \text{ ist.}$$

Es ist dann $\Delta\psi = 0$ und der Wirkungsgrad:

$$\eta\,{}^0\!/_0 = \frac{W_2}{W_0 + W_k + E_2 J_2 p \cos\varphi_2} \cdot 100.$$

Indem

$$W_0 = E_{0,0}^2 g_0, \quad W_k = J_{1k}^2 r_k$$

und

$$p = \frac{1 + y_0 z_k \cos(\varphi_0 + \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)},$$

wird

$$\eta\,{}^0\!/_0 = \frac{W_2}{p W_2 + E_{0,0}^2 g_0 + J_{1k}^2 r_k} \cdot 100 \quad \ldots \quad (32)$$

Die Berechnung des Wirkungsgrades wird aber dadurch erschwert, daß nur die Primärspannung E_0 und die Größe $E_2 J_2$ der induktionsfreien Leistung gegeben ist.

Indem $\varphi_0 - \varphi_k \leqq 20^0$ und $y_0 z_k$ eine kleine Größe ist, so kann man setzen:

$$\psi_1 = \psi_2 \cong 0.$$

Die Gleichung (I′) lautet jetzt hier:

$$\underline{E}_0 = \gamma\,(\underline{E}_2 + \underline{J}_2\,\underline{Z}_k) = \underline{E}_{0,0} + \underline{J}_{1\,k}\,\underline{Z}_k$$

oder

$$E_0^2 = (E_{0,0} + J_{1\,k}\,r_k)^2 + J_{1\,k}^2\,x_k^2,$$

also

$$E_0^2 = E_{0,0}^2 + J_{1\,k}^2\,z_k^2 + 2\,E_{0,0}\,J_{1\,k}\,r_k.$$

Indem

$$E_{0,0}\,J_{1\,k} = \gamma^2\,E_2\,J_2 = \gamma^2\,W_2,$$

wird

$$E_{0,0}^2 + J_{1\,k}^2\,z_k^2 = E_0^2 - 2\,\gamma^2\,r_k\,W_2$$

und

$$2\,E_{0,0}\,J_{1\,k}\,z_k = 2\,\gamma^2\,z_k\,W_2.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgen:

$$E_{0,0} = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{E_0^2 + 2\,\gamma^2\,(z_k - r_k)\,W_2} + \sqrt{E_0^2 - 2\,\gamma^2\,(z_k + r_k)\,W_2}\right\} \quad (33)$$

und

$$J_{1\,k} = \frac{1}{2\,z_k}\left\{\sqrt{E_0^2 + 2\,\gamma^2\,(z_k - r_k)\,W_2} - \sqrt{E_0^2 - 2\,\gamma^2\,(z_k + r_k)\,W_2}\right\} \quad (34)$$

Es kann nunmehr der Wirkungsgrad nach der obigen Formel berechnet werden. — Der maximale Wirkungsgrad ergibt sich hier wie beim Transformator bei der Belastung, bei welcher der Kurzschlußverlust W_k gleich dem Leerlaufverlust W_0 ist. Für die günstigste Ausnutzung des Materiales gilt auch das beim Transformator gesagte.

4. Leistungsfaktor:

Die Gleichung (II') lautet für den asynchronen Motor:

$$\underline{J}_1 = \gamma\,(\underline{J}_2 + \underline{E}_2\,\underline{Y}_0) = \underline{J}_{1\,k} + \underline{E}_{0,0}\,\underline{Y}_0,$$

also

$$J_1 = \sqrt{(J_{1\,k} + E_{0,0}\,g_0)^2 + (E_{0,0}\,b_0)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Es ist dann der Leistungsfaktor:

$$\cos\varphi_t = \frac{W_2}{\eta\,E_0\,J_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

5. Die maximale Leistung des m-phasigen Motors ergibt sich nach Formel (VII') für

$$z_2 = r_2 = z_k \quad \text{und} \quad \varphi_2 = 0$$

zu

$$W_{max} = \frac{m\,E_0^2}{2\,\gamma^2\,(z_k + r_k)} = \frac{m\,E_0\,[J_k - J_0\,\cos\,(\varphi_0 - \varphi_k)]}{2\,(1 + \cos\,\varphi_k)}.$$

Bei dieser Belastung ergibt sich die Schlüpfung aus:

$$\frac{r_2'}{s} - r_2' = z_k$$

zu

$$s = \frac{r_2'}{r_2' + z_k} \cong \frac{r_k}{r_k + 2\,z_k},$$

denn es ist

$$r_2' \cong \tfrac{1}{2}\, r_k.$$

Wie aus der Formel für W_{max} ersichtlich, hängt die Leistungsfähigkeit eines Motors besonders von dem Kurzschlußstrome, d. h. von der Impedanz desselben ab. Der Leistungsfaktor $\cos \varphi_t$ wird um so größer, je kleiner der Leerlaufstrom J_0 und je größer der Kurzschlußstrom J_k ist.

6. Als Beispiel für die praktische Anwendung der obigen Untersuchungsmethode soll nun der oben erwähnte 5 PS-Dreiphasenmotor behandelt werden. Es wurde gemessen bei Leerlauf:

$E_{0,0} = 110$ Volt
$J_0 = 5{,}05$ Ampère
$W_0 = 111$ Watt
und
$E_2 = 67{,}8$ Volt (bei Stillstand)

also
$Y_0 = 0{,}0092 + j\,.\,0{,}044$
$= 0{,}045\, e^{j\,78{,}5^0}$
und
$\gamma_1 u = \dfrac{E_{0,0}}{E_2} = 1{,}62$

und bei Kurzschluß:

$E_k = 25{,}5$ Volt
$J_{1k} = 15{,}3$ Ampère
$W_k = 159$ Watt
und
$J_2 = 23{,}0$ Ampère

also
$z_k = 0{,}68 - j\,.\,1{,}46$
$= 1{,}67\, e^{-j\,66^0}$
und
$\dfrac{\gamma_2}{u} = \dfrac{J_{1k}}{J_2} = 0{,}666.$

Hieraus ergibt sich:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}045\,.\,1{,}67\,.\,0{,}976}} = 1{,}0385$$

und

$$p = \frac{1 + y_0 z_k \cos(\varphi_0 + \varphi_k)}{1 - y_0 z_k \cos(\varphi_0 - \varphi_k)} = \frac{0{,}957}{0{,}927} = 1{,}032.$$

Der Motor soll 5 PS normal leisten; dies entspricht einer elektrischen Leistung pro Phase:

$$W_2 = E_2 J_2 = \frac{5.736}{3} = \frac{3680}{3} = 1227 \text{ Watt}.$$

Es wird für Normallast infolge (33):

$$E_{0,0} = \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{E_0^2 + 2\gamma^2 (z_k - r_k)\, W_2} + \sqrt{E_0^2 - 2\gamma^2 (z_k + r_k)\, W_2}\right\}$$
$$= \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{110^2 + 2\,.\,1{,}039^2\,(1{,}67 - 0{,}68)\,.\,1227}\right.$$
$$\left. + \sqrt{110^2 - 2\,.\,1{,}039^2\,(1{,}67 + 0{,}68)\,1227}\right\}$$
$$= \tfrac{1}{2}\,(121{,}3 + 76{,}6) = 98{,}9 \text{ Volt}$$

und infolge (34):

$$J_{1k} = \frac{1}{2 z_k} \left\{ \sqrt{E_0^2 + 2\gamma^2 (z_k - r_k) W_2} - \sqrt{E_0^2 - 2\gamma^2 (z_k + r_k) W_2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 1{,}67} (121{,}3 - 76{,}6) = 13{,}35 \text{ Ampère.}$$

Bei 98,8 Volt Leerlaufspannung wurden nun der Leerlaufverlust $W_0 = 103$ Watt und bei 13,35 Ampère Kurzschlußstrom der Kurzschlußverlust $W_k = 122$ Watt gemessen. Es wird somit der Wirkungsgrad:

$$\eta\,\% = \frac{W_2}{p\,W_2 + W_0 + W_k} 100 = \frac{1227}{1265 + 103 + 122} 100$$

$$= \frac{1227}{1490} 100 = 82{,}5 \text{ Proz.}$$

Der Primärstrom wird bei Normallast gleich:

$$J_1 = J_{1k} + E_{0,0}\, g_0 + \frac{(E_{0,0}\, b_0)^2}{2 J_{1k}} = 13{,}35 + 0{,}91 + 0{,}71 = 14{,}97 \text{ Amp.}$$

und der Leistungsfaktor bei Vollast ist gleich:

$$\cos \varphi_t = \frac{W_2}{\eta E_0 J_1} = \frac{1227}{0{,}825 \cdot 110 \cdot 14{,}97} = \frac{1227}{1360} = 0{,}9.$$

Die maximale Leistung ist gleich:

$$W_{max} = \frac{m E_0^2}{2\gamma^2 (z_k + r_k)} = \frac{3 \cdot 110^2}{2 \cdot 1{,}039^2 (1{,}67 + 0{,}68)} = 7150 \text{ Watt} = 9{,}72 \text{ PS}$$

und zwar bei einer Schlüpfung:

$$s\,\% = \frac{r_k}{r_k + 2 z_k} 100 = \frac{0{,}68}{0{,}68 + 3{,}34} 100 = 16{,}9 \text{ Proz.}$$

7. Widerstand und Reaktanz der Stator- und Rotorwicklung.

Wir haben bis jetzt angenommen, daß $Z_1 = Z_2$ ist. Ob dies wirklich der Fall ist, läßt sich bei Motoren und Schleifringankern in einfacher Weise durch Leerlauf- und Kurzschlußversuch feststellen, wenn das Übersetzungsverhältnis u der beiden Wicklungen bekannt ist. Dieses Verhältnis läßt sich nicht experimentell bestimmen, sondern kann nur aus den Daten der Maschine berechnet werden. Erhält man nämlich $u \gamma_1 = m$ bei Leerlauf und $\frac{\gamma_2}{u} = n$ bei Kurzschluß, so wird:

$$u = \sqrt{\frac{m \gamma_2}{n \gamma_1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

und da das Verhältnis zwischen γ_1 und γ_2 nicht bekannt ist und nur mittels u berechnet werden kann, so kann u nur experi-

mentell bestimmt werden, wenn man $\gamma_1 = \gamma_2$ setzen darf; es wird dann:

$$u = \sqrt{\frac{m}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37a)$$

Da u sich in einfacher Weise aus den Daten der Maschine ergibt, so darf man das Übersetzungsverhältnis u als bekannt voraussetzen und kann nun aus dem Leerlauf- und Kurzschlußversuch γ_1 und γ_2 berechnen.

Der obige 5 PS-Dreiphasenmotor hat im Stator fünf und im Rotor vier Nuten pro Pol und Phase. In jeder Statornute sind 15 Drähte und in jeder Rotornute 12 Drähte in Serie untergebracht. Da die Wicklungsfaktoren der beiden Wicklungen nur um ein Tausendstel voneinander abweichen, so kann man setzen:

$$u = \frac{w_1}{w_2} = \frac{5.15}{4.12} = 1{,}562.$$

Es wird somit:

$$\gamma_1 = \frac{u\,\gamma_1}{u} = \frac{1{,}62}{1{,}56} = 1{,}036$$

und

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_2}{u} \cdot u = 0{,}643 \,.\, 1{,}56 = 1{,}04.$$

Um die Winkel ψ_1 und ψ_2 zu bestimmen, berechnet man zuerst:

$$tg\,(\psi_1 + \psi_2) = \frac{y_0\, z_k\, sin\,(\varphi_0 - \varphi_k)}{1 - y_0\, z_k\, cos\,(\varphi_0 - \varphi_k)} = 0{,}0288,$$

also

$$\psi_1 + \psi_2 = 57{,}3 \,.\, 0{,}0288 = 1{,}65^0.$$

Alsdann mißt man die Phasenverschiebungswinkel φ_0' bei offenen und φ_k' bei kurzgeschlossenen Primärklemmen. Infolge der Formel (11) ist dann:

$$\Delta\psi = \tfrac{1}{2}\,(\varphi_k' - \varphi_k + \varphi_0' - \varphi_0),$$

$$\psi_1 = \tfrac{1}{2}\,(\psi_1 + \psi_2 + \Delta\psi)$$

und

$$\psi_2 = \tfrac{1}{2}\,(\psi_1 + \psi_2 - \Delta\psi).$$

Indem

$$C_1 = 1 + Y_a Z_1 = \gamma_1\, e^{j\psi_1}$$

$$C_2 = 1 + Y_a Z_2 = \gamma_2\, e^{j\psi_2}$$

und

$$Y_0 = \frac{Y}{C_1},$$

so können die Phasenverschiebungswinkel ψ_1 und ψ_2 wie folgt geschrieben werden:

$$\psi_1 = 57{,}3\; y_0\, z_1\, sin\,(\varphi_0 - \varphi_1) = 57{,}3\,(b_0\, r_1 - g_0\, x_1)$$

und

$$\psi_2 = 57{,}3\ y_0 z_2\ sin\ (\varphi_0 - \varphi_2) = 57{,}3\ (b_0 r_2 - g_0 x_2),$$

also

$$\Delta\psi = 57{,}3\ b_0\ (r_1 - r_2) + 57{,}3\ g_0\ (x_2 - x_1) \quad . \ . \ . \quad (38)$$

Durch Messung der Widerstände der Rotor- und Statorwicklung kann die Differenz $r_1 - r_2$ angenähert bestimmt werden und man hat somit hier eine Methode zur Bestimmung der Differenz der primären und sekundären Reaktanz eines Motors:

$$x_2 - x_1 = \frac{\Delta\psi}{57{,}3\,g_0} + \frac{b_0}{g_0}(r_2 - r_1) = \frac{E_0\,\Delta\psi}{57{,}3\,J_{ow}} + (r_2 - r_1)\,tg\,\varphi_0 \quad (38a)$$

Indem ferner

$$x_1 + \frac{x_2}{\gamma_2} \cong x_k,$$

ist es möglich, die primäre und sekundäre Reaktanz zu berechnen, und ich bemerke noch zuletzt, daß es nur in dieser Weise möglich ist, den primären und sekundären Streufluß eines Motors rein experimentell zu untersuchen. Wenn dagegen das Übersetzungsverhältnis u aus den Dimensionen des Motors genau berechnet werden kann, so erhält man aus den Gleichungen (1) und (3):

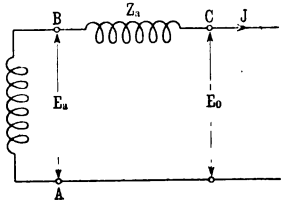
$$x_1 - x_2 \cong \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{b_a} - \frac{g_a}{b_a}(r_1 - r_2).$$

Kapitel V.

Synchronmaschinen.

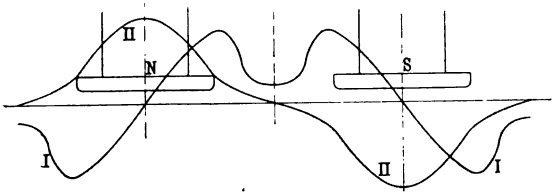
Die synchronen Wechselstrommaschinen, welche sowohl als Stromerzeuger wie als Motoren mit synchroner Tourenzahl benutzt werden, bestehen aus einer Wechselstromarmatur und einem durch Gleichstrom erregten Magnetfelde. Durch die relative Bewegung zwischen diesen beiden elektrischen Stromkreisen wird durch gegenseitige Induktion von dem Erregerstrome i_e eine EMK E_a in die Ankerwicklung induziert, welche so lange konstant ist, als Erregerstrom und Periodenzahl unverändert bleiben. Die Ankerwicklung läßt sich durch das folgende äquivalente Schema (Fig. 35) ersetzen, in welchem der Stromzweig

Fig. 35.



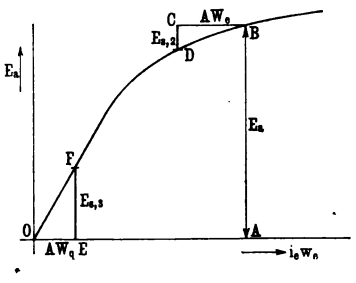
AB die Stromquelle, d. h. den Sitz der induzierten EMK E_a darstellt. Der Spannungsabfall JZ_a in der Ankerwicklung wird durch die Impedanz Z_a des Stromzweiges BC bewirkt. Diese Impedanz setzt sich aus dem effektiven Widerstand r_a, der Reaktanz des Streuflusses $x_{s,1}$ und der variablen Reaktanz des Ankerfeldes zusammen. Zerlegt man nach A. Blondel den Strom in zwei Komponenten, eine Wattkomponente J_w in Phase mit der induzierten EMK E_a und eine wattlose Komponente, um 90° gegen die EMK E_a verschoben, so wird man sehen, daß die Wattkomponente ein quermagnetisierendes Feld Kurve I (Fig. 36)

Fig. 36.



und die wattlose Komponente ein entmagnetisierendes Feld, Kurve II, erzeugen. Die vom quermagnetisierendem Felde induzierte EMK heißen wir $E_{s,3} = J_w x_{s,3}$ und die vom entmagnetisierenden Felde induzierte EMK $E_{s,2}\, J_{wl}\, x_{s,2}$. Der Wattstrom J_w hat somit eine Reaktanz $x_s = x_{s,1} + x_{s,3}$ und der wattlose Strom eine solche $x_2 = x_{s,1} + x_{s,2}$. Es läßt sich $E_{s,2}$ und $E_{s,3}$ in der folgenden Weise aus der Leerlaufcharakteristik bestimmen (siehe die Ein- und Mehrphasenstromgeneratoren von E. Arnold und J. L. La Cour). Bezeichnet $E_a = AB$ die vom Erregerstrom induzierte EMK, so trägt man (Fig. 37) von B nach C die entmagnetisierenden Ampèrewindungen

Fig. 37.



$$A\,W_e = k_0\, m\, w f_{w1}\, J \sin\varphi_i = k_0\, m\, w f_{w1}\, J_{wl}$$

ab, und es ist $E_{s,3} = \overline{CD}$, die um so kleiner wird, je stärker die Maschine gesättigt ist. Hier ist m die Phasenzahl, w die Windungszahl pro Phase, f_{w1} der Wicklungsfaktor und k_0 der MMK-Faktor, der nur von der Polschuhform abhängt. Trägt man

$$A\,W_q = k_q\, m\, w f_{w1}\, J \cos\varphi_i = k_q\, m\, w f_{w1}\, J_w$$

von O nach E ab, so wird $E_{s,3} = \overline{EF}$; k_q ist der Faktor der quermagnetisierenden Ampèrewindungen, der auch nur von der

Polschuhform abhängt. In der folgenden Tabelle sind die häufigst vorkommenden Werte von k_0, k_q und f_{w1} zusammengestellt:

$\alpha = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} =$	1,0	0,9	0,8	0,75	0,70	0,65	0,55	0,45	0,35
$k_0 =$	0,57	0,63	0,67	0,70	0,73	0,75	0,79	0,83	0,865
$k_q =$	0,64	0,50	0,37	0,305	0,245	0,192	0,121	0,063	0,029

Tabelle für f_{w1}	Lochwicklungen					Verteilte Wicklungen			
	Anzahl Löcher pro Pol und Phase					Spulenbreite / Polteilung			
	$q=1$	2	3	4	5	$=1/3$	$1/2$	$2/3$	1
Ein- und Zweiphasen	1,0	0,924	0,910	0,906	0,905	—	0,901	—	0,636
Ein- und Dreiphasen	1,0	0,966	0,960	0,958	0,957	0,956	—	0,830	0,636

Für eine Wechselstrommaschine erhält man somit die Spannungsdiagramme (Fig. 38 und 39). Das Diagramm (Fig. 38) bezieht sich auf die Maschine als Stromerzeuger. E_a ist die induzierte

Fig. 38.

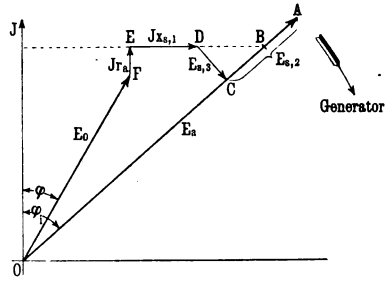
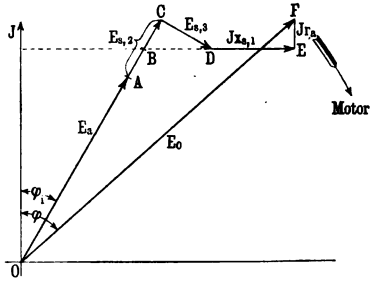


Fig. 39.



EMK, welche einen spitzen Winkel mit dem Stromvektor J bildet. E_0 ist die Klemmenspannung. In der Figur eilt der Strom der EMK E_a um den Winkel φ_i nach.

Das Diagramm (Fig. 39) bezieht sich dagegen auf eine als Motor arbeitende Maschine. E_0 ist wieder die Klemmenspannung, die dem Strom um den Winkel φ voreilt. Die induzierte EMK E_a bildet hier einen stumpfen Winkel mit dem Stromvektor J. Für beide Diagramme erhält man die folgende Relation:

$$E_0^2 = (\pm E_a - J_w r_a - E_{s,2} - J_{w1} x_{s,1})^2 + (J_{w1} r_a - E_{s,3} - J_w x_{s,1})^2$$

oder

$$E_0^2 = (\pm E_a - J_w r_a - J_{w1} x_2)^2 + (J_{w1} r_a - J_w x_3)^2 \quad . \; . \; . \quad (39)$$

wo $+ E_a$ sich auf den Generator und $- E_a$ auf den Motor bezieht. In komplexer Schreibweise lautet die Gleichung:

$$\underline{E}_0 = \pm E_a - r_a (J_w + j J_{w1}) - J_{w1} x_2 + j J_w x_3.$$

1. Leerlauf:

Man treibt zuerst die Maschine mit normaler Geschwindigkeit an und mißt bei verschiedenen Felderregungen die induzierte EMK E_a und den Erregerstrom i_e. E_a als Funktion von i_e oder $i_e w_e$ aufgetragen, gibt uns die Leerlaufcharakteristik. Ist der Antriebsmotor geeicht, so kann auch die der Wechselstrommaschine zugeführte Leerlaufarbeit W_0 gemessen werden. Ist die Maschine direkt mit einer Dampfmaschine gekuppelt, so läßt sich der Leerlaufverlust am einfachsten dadurch bestimmen, daß man die Pleuelstange abkuppelt und die Maschine als Synchronmotor laufen läßt, und zwar bei einer so großen Felderregung, daß der Ankerstrom ein Minimum J_0 wird. Die dem leerlaufenden Motor zugeführte elektrische Leistung, vermindert um den Verlust $m J_0^2 r_a$ im Ankerkupfer, gibt uns den Leerlaufverlust.

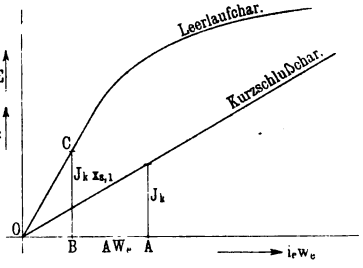
Wünscht man den Leerlaufverlust, der sich aus Reibungs-, Hysteresis- und Wirbelstromverlusten zusammensetzt, zu trennen, so läßt man die Maschine unerregt und bei verschiedenen Erregungen bei Leerlauf auslaufen. Mißt man außerdem bei einer dieser Erregungen den Leerlaufverlust und zwar bei verschiedenen Tourenzahlen, so ergibt sich durch Division dieser Verluste W_0 mit den zugehörigen Subnormalen $\overline{a\,b}$ der Auslaufkurve die Konstante K. Multipliziert man nun umgekehrt die Subnormale der Auslaufkurve bei unerregtem Feld mit der Konstante K, so erhält man die Reibungsverluste bei den verschiedenen Tourenzahlen. In gleicher Weise ergeben sich aus den anderen Auslaufkurven bei erregtem Felde die entsprechenden Leerlaufverluste. Indem man die Reibungsverluste von den Leerlaufverlusten subtrahiert, erhält man die Eisenverluste als Funktion der Touren- oder Periodenzahl. Diese durch die Periodenzahl dividiert und als Funktion der Periodenzahl aufgetragen, geben uns alsdann einige der Fig. 32 ähnliche Kurven, die zur Beurteilung der Art der Eisenverluste dienen können.

2. Kurzschluß:

Treibt man die Maschine als Generator an und schließt die Klemmen derselben kurz, so wird in der Ankerwicklung ein stark phasenverspäteter Strom fließen, denn die Reaktanzen x_2 und x_3 der Wicklung sind viel größer als der effektive Widerstand r_a derselben. — Im allgemeinen ist der Winkel $\varphi_k = arc\,tg \frac{x_2}{r_a} = 85^0$, so daß der wattlose Strom bei Kurzschluß gleich dem Kurzschlußstrom gesetzt werden darf. Der gemessene Kurzschlußstrom als Funktion des Erregerstromes i_e aufgetragen, liefert die Kurzschluß-

charakteristik, die bei kleinen Erregungen vollständig geradlinig verläuft. In der Fig. 40 ist $\overline{OA} = i_e w_e$, $\overline{AB} = k_0 m w f_{w1} J_k$ und somit $\overline{BC}$ die in der Ankerwicklung induzierte EMK; diese ist angenähert gleich $J_k x_{s,1}$. Es läßt sich somit die Reaktanz des Ankerstreuflusses aus der Kurzschlußcharakteristik ermitteln, während, wie oben gezeigt, die EMKe $E_{s,2}$ und $E_{s,3}$ sich aus der Leerlaufcharakteristik ergeben.

Fig. 40.



Mißt man die der Maschine bei kurzgeschlossener Wicklung zugeführte Leistung und subtrahiert davon die Reibungsverluste, so erhält man den Kurzschlußverlust:

$$W_k = m J_k^2 r_a,$$

woraus der effektive Widerstand r_a der Ankerwicklung sich berechnen läßt. Ist die Wechselstrommaschine mit der Dampfmaschine direkt gekuppelt, so wird die Pleuelstange abgekuppelt und die Maschine als Synchronmotor auf Tourenzahl gebracht. Man schaltet nun zuerst den Ankerstrom aus, verkleinert demnach den Erregerstrom auf ein passendes Maß und schließt zuletzt die Ankerwicklung kurz. Der rotierende Teil der Maschine, der gewöhnlich ein großes Trägheitsmoment besitzt, behält fast seine Geschwindigkeit, bis die Wicklung kurzgeschlossen wird. Von dem Momente ab fällt die Tourenzahl rasch ab, während der Kurzschlußstrom langsam in die Höhe geht. Die Tourenzahl als Funktion der Auslaufzeit aufgetragen, gibt uns die Auslaufkurve bei Kurzschluß, die ihre konkave Seite gegen die Abszissenachse kehrt. Durch Multiplikation der Subnormale dieser Kurve mit der früher ermittelten Auslaufkonstante K erhält man die Verluste $W_\varrho + W_k$ bei Kurzschluß. Durch Subtraktion der Reibungsverluste von diesen ergeben sich die durch den Ankerstrom bedingten Verluste:

$$W_k = m J_k^2 r_a.$$

Zur Bestimmung des effektiven Widerstandes der Ankerwicklung eignet sich in vielen Fällen die folgende Meßmethode am besten. Nach dieser läßt man die Synchronmaschine als Motor bei normaler Erregung leer laufen und reguliert die Klemmen-

spannung E_0 so ein, daß der Ankerstrom seinen normalen Wert erreicht; es ist dann die dem Motor zugeführte Leistung:

$$W_I = W_0' + m J^2 r_a,$$

wenn W_0' die Leerlaufarbeit ist, die der aus den Feldampèrewindungen und Ankerampèrewindungen sich ergebenden Feldstärke entspricht. Sind die Windungszahlen der Feld- und Ankerwicklung bekannt, so läßt sich die resultierende Ampèrewindungszahl AW_r leicht berechnen; diese ist:

$$AW_r = i_e w_e \pm k_0 m w f_{w1} J,$$

denn der Ankerstrom J ist nahezu um 90° gegenüber der induzierten EMK in Phase verschoben. Das obere Vorzeichen bezieht sich auf einen phasenverfrühten und das untere auf einen phasenverspäteten Strom. Um die Leerlaufarbeit W_0' zu bestimmen, läßt man die Maschine wieder als Motor bei der Felderregung:

$$i_e' w_e = AW_r = i_e w_e \pm k_0 m w f_{w1} J$$

leer laufen und reguliert die Klemmenspannung E_0 des Motors so ein, daß der Ankerstrom ein Minimum wird; es ist dann die dem Motor zugeführte Leistung:

$$W_{II} = W_0' + m J_0^2 r_a.$$

Aus diesen beiden Versuchen ergibt sich der Ankerwiderstand:

$$r_a = \frac{W_I - W_{II}}{m(J^2 - J_0^2)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

oder, indem J_0^2 im Verhältnis zu J^2 eine sehr kleine Größe ist, so erhält man den Kurzschlußverlust:

$$W_k = m J^2 r_a \cong W_I - W_{II} \quad \ldots\ldots \quad (40\,a)$$

Diese Methode läßt sich überall leicht anwenden; denn man braucht nur die Pleuelstange der Dampfmaschine abzukuppeln und die Maschine als Synchronmotor leer laufen zu lassen. Der einzige Nachteil dieser Methode ist der, daß die effektive Leistung W_I klein ist im Verhältnis zu der scheinbaren Leistung $m E_0 J$ Die Messung von W_I wird deswegen leicht ungenau, wenn man nicht besonders gute Wattmeter anwendet. Der Kontrolle wegen ist es deswegen anzuraten, diese Messung zweimal durchzuführen, einmal mit phasenverfrühtem Strom und einmal mit phasenverspätetem Strom. Weichen die beiden in dieser Weise gemessenenen Werte W_k' und W_k'' nicht stark voneinander ab, so darf man annehmen, daß dieselben nicht mit großen Fehlern behaftet sind, und kann ruhig mit dem Mittelwert W_k derselben weiter rechnen.

3. Spannungserhöhung:

Hier ist es nicht zweckmäßig, nach der früheren Weise zu verfahren, da die Reaktanz der Ankerwicklung für Wattströme und für wattlose Ströme verschieden ist. Reguliert man die Spannung der Maschine bei Belastung auf ihren normalen Wert E_0 und entlastet die Maschine, indem man die Tourenzahl und den Erregerstrom konstant hält, so bekommt man bei Leerlauf die Spannung E_a und es ist $\frac{E_a - E_0}{E_0}$ 100 die prozentuale Spannungserhöhung des Generators. Um diese aus den Leerlauf- und Kurzschlußversuchen zu berechnen, tragen wir wie vorhin die Stromstärke in der Richtung der Ordinatenachse auf. Man trägt zuerst die Klemmenspannung E_0 (Fig. 41) unter dem Winkel φ

Fig. 41.

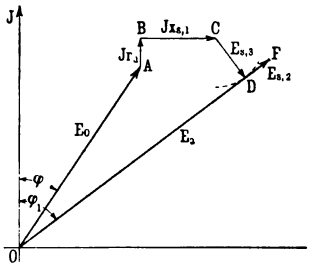
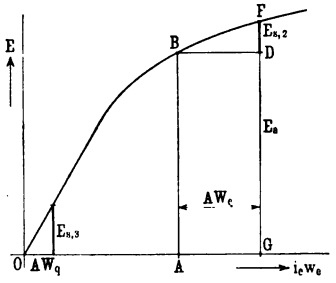


Fig. 42.



zur Ordinatenachse auf und berechnet $E_{s,1} = Jx_{s,1}$ und Jr_a. Diese letzteren werden im Diagramm eingetragen und man erhält die von dem resultierenden Felde zu induzierende EMK $\overline{OC}$. $\overline{OC} \cong E_0 + Jr_a \cos\varphi + E_{s1} \sin\varphi$ in der Leerlaufcharakteristik eingetragen, entspricht der Ordinate AB (Fig. 42). Man schätzt nun vorläufig $\varphi_i = \varphi +$ (5 bis 10°) und berechnet:

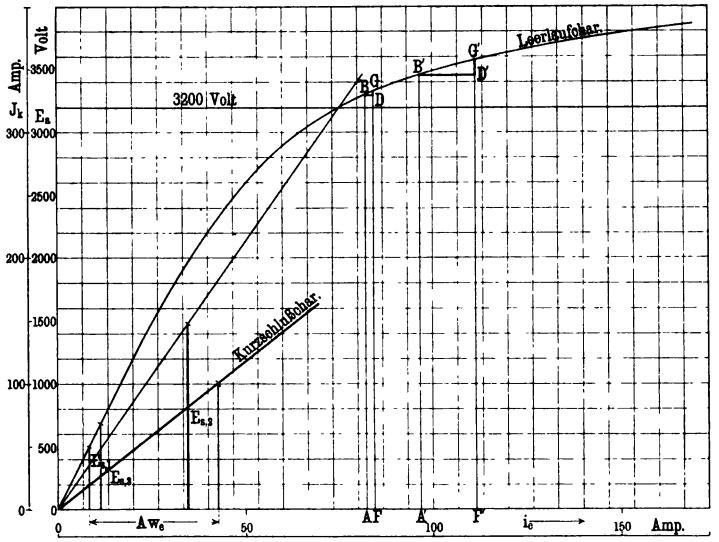
$$AW_q = k_q m w f_{w1} J \cos\varphi_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

und ermittelt aus der Leerlaufcharakteristik die dieser Ampèrewindungszahl entsprechende Spannung $E_{s,3}$. Mit dieser Spannung im Zirkel schlägt man einen Kreis um den Punkt C und zieht die Tangente zu diesem Kreise durch O. Der Berührungspunkt dieser Tangente sei D und $E_{s,3} = \overline{CD}$. Man kann nun sofort kontrollieren, ob der geschätzte innere Phasenverschiebungswinkel φ_i mit dem gefundenen übereinstimmt. Ist dies nicht der Fall, so korrigiert man AW_q und $E_{s,3}$, bis sie übereinstimmen. Man kennt nun φ_i und kann

$$AW_e = k_0 m w f_{w1} J \sin\varphi_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

berechnen. Diesen Wert trägt man gleich $\overline{BD}$ in der Leerlaufcharakteristik ein und erhält $E_{s,2} = \overline{DG}$, den man in dem Vektordiagramm gleich $\overline{DF}$ macht. Entlastet man die Maschine, so

Fig. 43.



werden die Feldampèrewindungen OF (Fig. 43) die EMK OF (Fig. 41) induzieren, und wir erhalten die prozentuale Spannungserhöhung:

$$\varepsilon\,\% = \frac{E_a - E_0}{E_0}\,100 = \frac{\overline{OF} - \overline{OA}}{\overline{OA}}\,100 \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

4. Wirkungsgrad:

Hier ist es auch nicht zweckmäßig, von den Formeln X und X' auszugehen, sondern die Verluste einzeln zu ermitteln. Der Ankerstrom bewirkt einen Verlust $J^2 r_a$ pro Phase. In der Ankerwicklung wird effektiv eine EMK OC (Fig. 41) induziert. Für Phasengleichheit ($\varphi = 0$) ergibt sich durch Reihenentwicklung und Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung:

$$\overline{OC} = E_0 \pm J r_a + \frac{(J x_{s1})^2}{2 E_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Das positive Vorzeichen bezieht sich auf Generatoren und das negative auf Motoren. Der Leerlaufverlust W_0 ist deswegen bei der Klemmenspannung $\overline{OC}$ zu messen. Der Erregerstrom i_e bei Belastung ergibt sich aus Fig. 42 zu $i_e = \frac{OG}{w_e}$. Es ist also auch der Verlust $i_e^2 r_e$ in den Erregerspulen bekannt; r_e

ist der Widerstand der Erregerspulen. Der Wirkungsgrad eines Generators wird also:

$$\eta_G \,{}^0/_0 = \frac{m E_0 J \cos\varphi}{m E_0 J \cos\varphi + W_0 + W_k + i_e^2 r_e} 100 \quad . \quad (45)$$

und der eines Motors:

$$\eta_M \,{}^0/_0 = \frac{m E_0 J_{\cos\varphi} - W_0 - W_k - i_e^2 r_e}{m E_0 J \cos\varphi} 100 \quad . \quad . \quad (46)$$

5. Maximale Leistung:

Es interessiert hier hauptsächlich die maximale Leistung der Maschine als Motor und die größte Leistung, welche die Maschine als Generator von der Dampfmaschine aufnehmen kann. Wenn die Maschine als Generator arbeitet, kommen diese beiden Leistungen auch in Betracht, wenn dieselbe durch Pendelungen außer Tritt fällt. Derartige Pendelungen treten so schnell auf, daß man keine Zeit hat, die Erregung zu ändern. Es ist somit die maximale Leistung eines Synchronmotors unter Annahme konstanter Klemmenspannung E_0 und Gegen-EMK E_a zu berechnen. Aus der Gleichung der Synchronmaschine

$$E_0^2 = (\mp E_a + J_w r_a + J_{wl} x_2)^2 + (J_{wl} r_a - J_w x_3)^2 \quad . \quad (39)$$

ergibt sich ähnlich wie bei der Arbeitsübertragung, S. 37, durch Auflösung nach J_{wl}:

$$J_{wl} = \frac{\mp\sqrt{E_0^2 z_2^2 - [J_w (r_a^2 + x_2 x_3) \mp E_a r_a]^2} \pm E_a x_2 - r_a (x_2 - x_3) J_w}{z_2^2} \quad (47)$$

wo

$$z_2^2 = r_a^2 + x_2^2 \quad \text{und} \quad z_3^2 = r_a^2 + x_3^2.$$

Alle oberen Vorzeichen beziehen sich auf Generatoren und alle unteren auf Motoren. Aus dieser Gleichung ergibt sich der zu jedem Wattstrom J_w entsprechende wattlose Strom J_{wl} pro Phase. Wenn der Wattstrom J_w wächst, nimmt die Größe unter der Wurzel ab, und wenn diese Größe gleich Null geworden ist, hat J_w ihre maximale Grenze erreicht. Dies ist der Fall, wenn

$$E_0 z_2 = J_w (r_a^2 + x_2 x_3) \mp E_a r_a,$$

d. h. wenn

$$J_w = \frac{E_0 z_2 \pm E_a r_a}{r_a^2 + x_2 x_3}.$$

Der wattlose Strom wird in dem Falle gleich:

$$J_{wl} = \frac{\pm E_a x_2 - r_a (x_2 - x_3) J_w}{z_2^2}$$

$$= \frac{\pm E_a x_2 - r_a (x_2 - x_3) \dfrac{E_0 z_2 \pm E_a r_a}{r_a^2 + x_2 x_3}}{z_2^2},$$

also

$$J_{wl} = \frac{\pm E_a z_2 x_3 - E_0 r_a (x_2 - x_3)}{z_2 (r_a^2 + x_2 x_3)}$$

und

$$tg\,\varphi_i = \frac{J_{wl}}{J_w} = \frac{\pm E_a z_2 x_3 - E_0 r_a (x_2 - x_3)}{z_2 (E_0 z_2 - E_a r_a)} \simeq \pm \frac{E_a x_3}{E_0 z_2 - E_a r_a}.$$

Aus den Spannungsdiagrammen (Fig. 38 u. 39) der Synchronmaschine sieht man, daß die Projektion der Klemmenspannung OF auf den Stromvektor gleich:

$$E_0 \cos\varphi = \overline{OB} \cos\varphi_i \pm J r_a = [E_a \pm J_{wl}(x_2 - x_3)] \cos\varphi_i \pm J r_a.$$

Da nur die Komponente $J r_a$ einen Wattverlust in der Maschine bedingt, so muß $\{E_a \mp J_{wl}(x_2 - x_3)\} \cos\varphi_i$ ein Maß für die Leistung der Maschine bei dem Stromvektor:

$$\dot{J} = J_w + j J_{wl}$$

sein. Es ist somit die Leistung der Maschine gleich:

$$W = m J \{E_a \mp J_{wl}(x_2 - x_3)\} \cos\varphi_i$$

oder

$$W = m J_w \{E_a \mp J_{wl}(x_2 - x_3)\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Wie hieraus ersichtlich, weicht die Leistung der Maschine wegen der Verschiedenheit der Reaktanzen des Wattstromes und des wattlosen Stromes von $m J_w E_a$ ab. Eilt der Strom dem EMK-Vektor E_a nach, so ist J_{wl} positiv und $W \leqq m J_w E_a$, je nachdem die Maschine als Generator oder als Motor arbeitet. Bei Phasenvoreilung des Stromes, wo φ_i negativ ist, wird J_{wl} auch negativ und die Leistung $W \geqq m J_w E_a$. Da bekanntlich die maximale Leistung bei Phasennacheilung des Generatorstromes und bei Phasenvoreilung des Motorstromes relativ zu dem EMK-Vektor E_a erhalten wird, so wird die maximale Leistung einer Wechselstrommaschine durch das Glied $m J_w J_{wl}(x_2 - x_3)$ verkleinert.

1. Die maximale Leistung des Generators wird erhalten, wenn

$$J_w \cong \frac{E_0}{x_3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

ist.

2. Die maximale Leistung des Motors wird erhalten, wenn

$$J_w = \frac{E_0 z_3 - E_a r_a}{z_3^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Das absolute Maximum der Leistung wird erhalten, wenn

$$J_w \cong \frac{E_0}{2 z_3},$$

und es ist

$$W_{max} \cong \frac{E_0^2}{4\,r_a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

6. Maximale Leistung der Reaktionsmaschine:

Wie aus der genauen Formel für die Leistung W ersichtlich, verschwindet dieselbe selbst dann nicht, wenn man den Erregerstromkreis öffnet. In dem Falle, in welchem die Maschine als Reaktionsmaschine arbeitet, wird $E_a = 0$ und

$$W = \mp\, m\, J_{wl}\,(x_2 - x_3)\, J_w,$$

und da für $E_a = 0$

$$J_{wl} = -\,\frac{r_a(x_2 - x_3)\,J_w \pm \sqrt{E_0^2 z_2^2 - J_w^2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2}}{z_2^2},$$

wird

$$W = m\,\frac{(x_2 - x_3)\,J_w\sqrt{E_0^2 z_2^2 - J_w^2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2} \pm r_a (x_2 - x_3)^2 J_w^2}{z_2^2} \quad (52)$$

Dieser Ausdruck nach J_w differenziert und gleich Null gesetzt, ergibt:

$$-\,\frac{J_w^2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2}{\sqrt{E_0^2 z_2^2 + J_w^2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2}}$$
$$+\,\sqrt{E_0^2 z_2^2 - J_w^2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2} \pm 2\,r_a (x_2 - x_3)^2 J_w = 0$$

oder für die maximale Leistung der Maschine:

$$J_w = \frac{E_0 z_2}{\sqrt{2}\,\sqrt{(r_a^2 + x_2 x_3)^2 + r_a^2 (x_2 - x_3)^2 + \sqrt{\{(r_a^2 + x_2 x_3)^2 + r_a^2 (x_2 - x_3)^2\}\, r_a^2 (x_2 - x_3)^2}}}$$

Diesen Wert oben eingesetzt, ergibt:

$$W_{max} = m\,\frac{E_0^2 (x_2 - x_3)}{2\,(r_a^2 + x_2 x_3)^2}\left\{\sqrt{(r_a^2 + x_2 x_3)^2 + r_a^2 (x_2 - x_3)^2} + r_a (x_2 - x_3)\right\} \quad (53)$$

oder angenähert:

$$W_{max} \cong m\,\frac{E_0^2 (x_2 - x_3)}{2\,(r_a^2 + x_2 x_3)}\left\{1 \pm \frac{r_a (x_2 - x_3)}{x_2 x_3}\right\}$$
$$\cong m\,\frac{E_0^2 (x_2 - x_3)}{2\,x_2 x_3}\left\{1 \pm \frac{r_a (x_2 - x_3)}{x_2 x_3}\right\} \quad (53\,a)$$

Die Reaktionsmaschine, deren Leistung proportional J_{wl} ist, arbeitet als Generator, wenn J_{wl} negativ ist, d. h. wenn der Strom derjenigen EMK voreilt, die vom Felde induziert werden würde, wenn dasselbe erregt wäre. Sie arbeitet dagegen als Motor, wenn der Strom dieser gedachten EMK nacheilt, und die maximale Leistung als solche kann sehr groß werden, wenn die Reaktanz x_2 des wattlosen Stromes viel größer ist als die Re-

aktanz x_3 des Wattstromes. Der wattlose Strom erzeugt in diesem Falle das Feld, welches sonst vom Erregerstrome erzeugt werden würde. Reaktionsmaschinen, die als Motoren gut arbeiten sollen, müssen deswegen einen im Verhältnis zur Polteilung kleinen Polbogen, ein ungesättigtes Magnetsystem und einen ziemlich großen Luftspalt haben.

7. Leistungsfaktor:

Aus den Spannungsdiagrammen (Fig. 38 u. 39) der Synchronmaschine folgt direkt:

$$\sin(\varphi_i - \varphi) = \frac{J_w x_3 - J_{wl} r_a}{E_0} \quad \ldots \quad (54)$$

und da

$$tg\,\varphi_i = \frac{J_{wl}}{J_w},$$

so läßt sich φ und $\cos\varphi$ hieraus berechnen.

Hieraus folgt ferner, daß der Wattstrom

$$J_w = \frac{E_0 \sin(\varphi_i - \varphi) + J_{wl} r_a}{x_3} \cong \frac{E_0}{x_3} \sin(\varphi_i - \varphi) \quad (55)$$

hauptsächlich von der Reaktanz x_3 desselben und dem Winkel $(\varphi_i - \varphi)$ abhängt. Für kleine Werte von J_w kann der wattlose Strom J_{wl} wie folgt geschrieben werden:

$$J_{wl} \cong \pm \frac{E_a - E_0}{x_2} \quad \ldots \quad (47\,a)$$

Dieser hängt somit hauptsächlich von der Reaktanz x_2 desselben ab.

8. Beispiel: Gelegentlich der Abnahmeprüfung des städtischen Elektrizitätswerkes Ludwigshafen durch Prof. E. Arnold wurden folgende Versuche mit den 280 KW-Dreiphasengeneratoren von Brown, Boveri u. Co. durchgeführt. — Die Generatoren sind wie folgt gebaut:

3200 Volt verkettete Spannung,
50,5 Ampère Phasenstrom bei $\cos\varphi = 1$,
63,2 Ampère Phasenstrom bei $\cos\varphi = 0{,}8$,
64 Pole, 93,7 Touren, 50 Perioden,
192 Löcher im Anker à 14 Drähte, d. h. 448 Windungen in Serie pro Phase.

Das Magnetfeld hat 48 Windungen pro Pol.

Da $\alpha = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} = 0{,}56$ und $q = 1$, d. h. 1 Loch pro Pol und Phase, so wird:

$$AW_e = k_0 f_{w1} m w J_{wl} = 0{,}79 \;.3.448\, J_{wl} = 1060\, J_{wl},$$
$$AW_q = k_q f_{w1} m w J_w \;= 0{,}128.3.448\, J_w \;= 171\, J_w$$

und

$$AW_t = 64.48\, i_e = 3072\, i_e.$$

Es wurden zuerst die Leerlaufcharakteristik und die Kurzschlußcharakteristik aufgenommen, die durch die Kurven I bzw. II der Fig. 43 dargestellt sind. — Dann wurde der effektive Widerstand der Ankerwicklung aus dem Kurzschlußeffekt zu $r_a = 0{,}94$ Ohm pro Phase bestimmt.

Der Kurzschlußstrom von 100 Ampère entspricht einer Felderregung von $i_e = 42{,}7$ Ampère und einer entmagnetisierenden Ampèrewindungszahl $AW_e = 1060.100 = 3072.34{,}5$. Das resultierende Feld wird also von 42,7 — 34,5 = 8,2 Ampère Erregerstrom erzeugt und induziert infolge der Leerlaufcharakteristik eine verkettete EMK von 480 Volt, d. h. 277 Volt pro Phase; es ist somit:

$$277 = J_a \sqrt{r_a^2 + x_{s,1}^2} = 100 \sqrt{0{,}94^2 + x_{s,1}^2};$$

also

$$x_{s,1} = \sqrt{2{,}77^2 - 0{,}94^2} = 2{,}63 \text{ Ohm}.$$

Der Wattstrom von 200 Ampère entspricht:

$$AW_q = 171.200 = 3072.11{,}12$$

und der Erregerstrom 11,12 Ampère induziert eine EMK $E_{s,3} = \frac{650}{\sqrt{3}}$ = 376 Volt pro Phase, also:

$$x_{s,3} = \frac{E_{s,3}}{J_w} = \frac{376}{200} = 1{,}88 \text{ Ohm}.$$

Um die Reaktanz $x_{s,2}$ zur Berechnung der maximalen Leistung der Maschine zu ermitteln, verbindet man den Punkt der normalen Spannung der Leerlaufcharakteristik (Fig. 43) mit dem Ursprung und benutzt diese Gerade zur Berechnung von $x_{s,2}$. $J_{wl} = 100$ gibt eine Ampèrewindungszahl:

$$AW_e = 106\,000 = 3072.34{,}5$$

entsprechend

$$E_{s,2} = \frac{1450}{\sqrt{3}} = 835 \text{ Volt};$$

also

$$x_{s,2} = \frac{E_{s,2}}{J_{wl}} = 8{,}35 \text{ Ohm}.$$

Es wird somit:

$x_3 = x_{s,1} + x_{s,3} = 2{,}63 + 1{,}87 = 4{,}50\ \Omega$,

$x_2 = x_{s,1} + x_{s,2} = 2{,}63 + 8{,}35 = 10{,}98\ \Omega$,

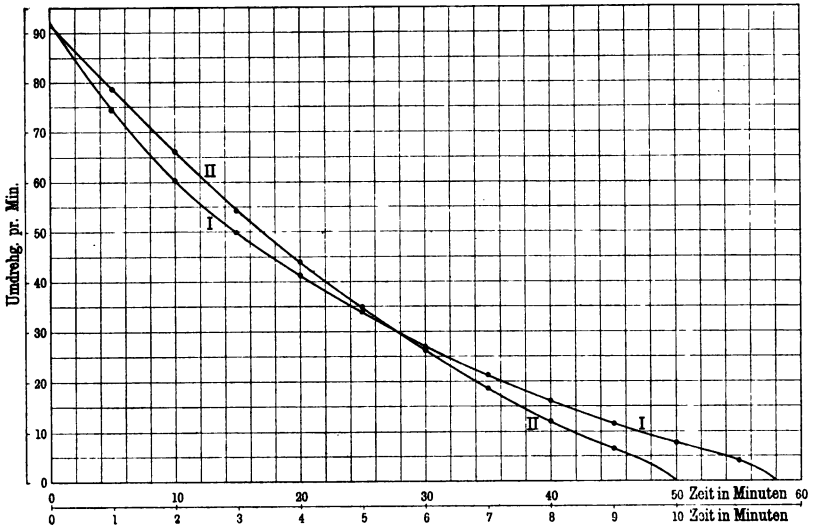
$r_a = 0{,}94\ \Omega$,

$z_3 = \sqrt{r_a^2 + x_3^2} = 4{,}60\ \Omega$,

$z_2 = \sqrt{r_a^2 + x_2^2} = 11{,}04\ \Omega$ und $x_2 - x_3 = 6{,}48\ \Omega$.

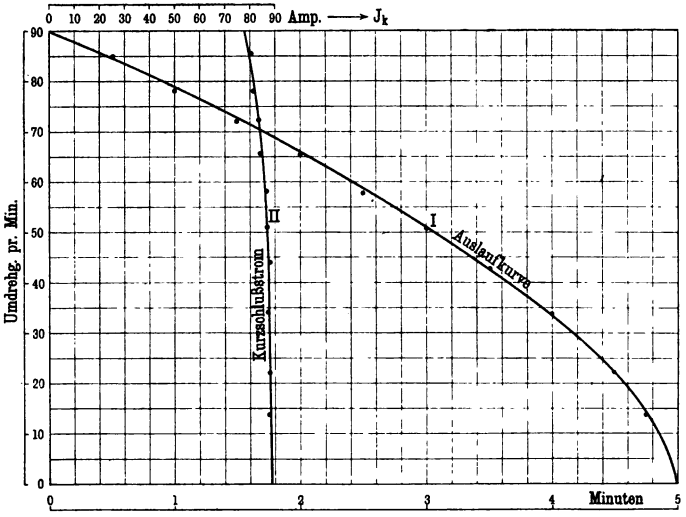
Es wurden ferner bei abgekuppelter Pleuelstange die Auslaufkurven bei unerregter Maschine (Kurve I, Fig. 44), bei normal

Fig. 44.



erregter Maschine (Kurve II) und bei kurzgeschlossener Maschine (Kurve I, Fig. 45) aufgenommen. Die Kurve II (Fig. 45) gibt die

Fig. 45.

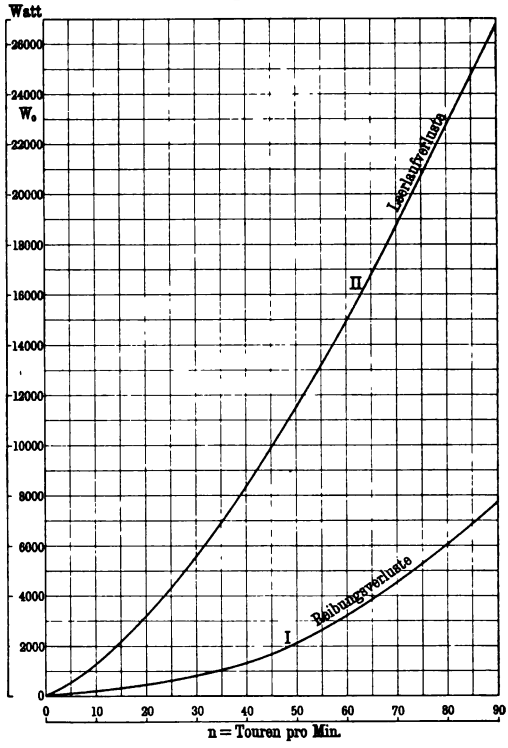


Kurzschlußstromstärke als Funktion der Tourenzahl an; diese war in allen drei Phasen fast dieselbe. Aus der Auslaufkurve (I) bei unerregter Maschine und aus der derselben zugeführten Leistung

ergab sich die Auslaufkonstante $K_1 = 137{,}5$. Da der Abszissenmaßstab für die Kurve II fünfmal größer ist, so wird die Konstante der Kurve II $K_2 = 5^2 . 137{,}5 = 3340$. In gleicher Weise erhält man für die Kurve I (Fig. 45) die Auslaufkonstante $K = 10^2 . 137{,}5 = 13750$.

Mittels dieser Konstanten wurden die Reibungsverluste (Kurve I, Fig. 46) und die Leerlaufverluste bei normaler Erregung (Kurve II, Fig. 46) berechnet. Die Differenz der Ordinaten dieser beiden Kurven gibt uns die Eisenverluste. Diese Eisenverluste — durch die entsprechende Periodenzahl dividiert — sind sodann in Fig. 47 (a. f. S.) als Funktion der Periodenzahl aufgetragen. Wie ersichtlich, biegt diese Kurve sehr stark ab und verläuft bei den höheren Periodenzahlen fast horizontal, was durch Abdämpfung der Wirbelströme in den massiven Eisenteilen erklärt werden kann.

Fig. 46.



Durch Multiplikation der Subnormalen der Kurve I (Fig. 45) mit der Auslaufkonstanten 13750 erhält man die Verluste bei Kurzschluß, die durch die Kurve II (Fig. 48, a. f. S.) dargestellt sind. Zieht man davon die Reibungsverluste (Kurve I) ab, so erhält man die durch den Ankerstrom bedingten Verluste $3 J_k^2 r_a$ (Kurve III). Da die Stromstärke für jede Tourenzahl bekannt ist, so läßt sich der effektive Ankerwiderstand r_a für jede Tourenzahl berechnen. Derselbe ist durch die Kurve V derselben Figur dargestellt und sinkt, wie ersichtlich, von 0,94 Ω bei 50 Perioden bis auf 0,545 Ω bei Stillstand. Dieser letzte Wert, den man durch Verlängerung der Kurve V bis zum Schnitte mit der Ordinatenachse erhält, stimmt mit dem durch Gleichstrommessung

Fig. 47.

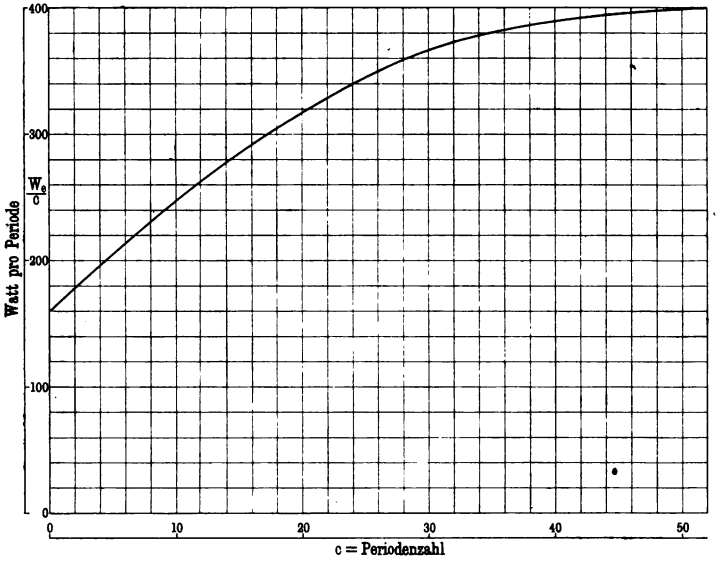
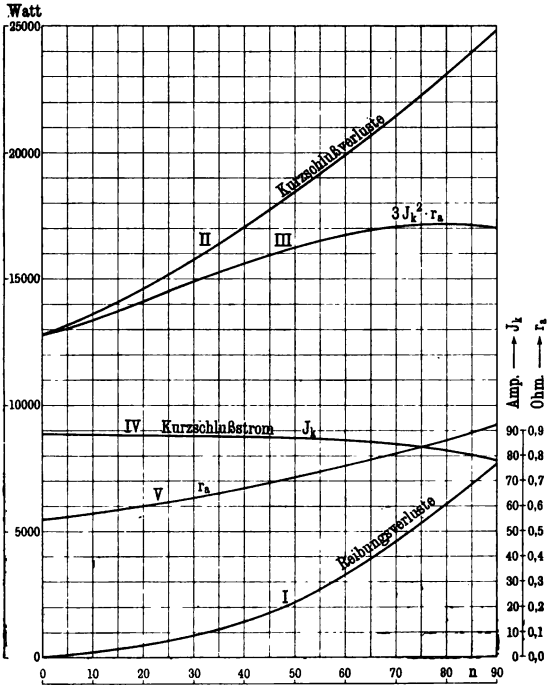

400
300
200
100
0
$\frac{W_s}{c}$
Watt pro Periode
0
10
20
30
40
50
c = Periodenzahl

Fig. 48.


Watt
25000
20000
15000
10000
5000
0
Kurzschlußverluste
$3 J_k^2 \cdot r_s$
II
III
IV Kurzschlußstrom J_k
V r_s
Reibungsverluste
I
0 10 20 30 40 50 60 70 80 n 90
Amp. J_k
Ohm r_s
90 0,9
80 0,8
70 0,7
60 0,6
50 0,5
40 0,4
30 0,3
20 0,2
10 0,1
0 0,0

ermittelten Ohmschen Widerstand der Ankerwicklung überein. Dies ist also ein sicherer Beweis für die Genauigkeit der Methode.

Spannungserhöhung: Es ist die prozentuale Spannungserhöhung bei Entlastung der Maschine von 280 KW auf Leerlauf bei $\cos\varphi = 1$ und $\cos\varphi = 0{,}8$ zu bestimmen.

Es ist in diesen beiden Fällen für

$\varphi = 0$: der Phasenstrom $J = 50{,}5$ Amp.

und für

$\varphi = 36{,}8^0$: der Phasenstrom $J = 63{,}2$ Amp.

Bei $\cos\varphi = 1$ fällt (siehe Fig. 41) $\overline{AB} = Jr_a = 50{,}5 \cdot 0{,}94 = 47{,}5$ Volt in die Richtung der Phasenspannung $E_0 = \frac{3200}{\sqrt{3}} = 1845$ Volt, und $\overline{BC} = Jx_{s,1} = 50{,}5 \cdot 2{,}63 = 133$ Volt senkrecht dazu. Es wird somit:

$$\overline{OC} = E_0 + Jr_a + \frac{(Jx_{s1})^2}{2E_0} = 1845 + 47{,}5 + \frac{133^2}{2 \cdot 1845} = 1897{,}5 \text{ Volt.}$$

Bei $\cos\varphi = 1$ ist $\sin\varphi_i \cong \frac{Jx_3}{E_0} = \frac{50{,}5 \cdot 4{,}5}{1845} = 0{,}123$, d. h. $\varphi_i \cong 7{,}05^0$, also:

$AW_e = 1060\, J \sin\varphi_i = 1060 \cdot 50{,}5 \cdot 0{,}123 = 6560$ Ampèrewindungen.

Trägt man in die Leerlaufcharakteristik (Fig. 43)

$$\overline{AB} = \sqrt{3} \cdot 1897{,}5 = 3295 \text{ Volt}$$

und

$$\overline{BD} = \frac{AW_e}{3072} = \frac{6560}{3072} = 2{,}14 \text{ Amp.}$$

ein, so wird der Erregerstrom $i_e = 84{,}5$ Amp. und die von diesem bedingte Leerlaufspannung:

$$\overline{FG} = 3330 \text{ Volt.}$$

Also:

$$\frac{E_a - E_0}{E_0} 100 = \frac{3330 - 3200}{3200} 100 = 4{,}05\ \%$$

Spannungserhöhung bei $\cos\varphi = 1$. — Experimentell stieg die Spannung von 3350 Volt auf 3485 Volt, d. h. um 4,03 Proz. bei einer Entlastung der Maschine von 276,5 KW auf Leerlauf.

Bei $\cos\varphi = 0{,}8$ benutzt man zweckmäßig die Formel:

$$\begin{aligned}\overline{OC} &= E_0 + Jr_a \cos\varphi + Jx_{s,1} \sin\varphi \\ &= 1845 + 63{,}2 \cdot 0{,}94 \cdot 0{,}8 + 63{,}2 \cdot 2{,}63 \cdot 0{,}6 \\ &= 1845 + 47{,}5 + 99{,}5 = 1997 \text{ Volt.}\end{aligned}$$

Man kann nun die Ordinate $\overline{A'B'} = \sqrt{3} \cdot 1997 = 3460$ Volt in die Leerlaufcharakteristik (Fig. 43) eintragen und zu der

Abszisse OB' die entmagnetisierenden Ampèrewindungen AW_e addieren. Der innere Phasenverschiebungswinkel φ_i ergibt sich aus der Formel (54) zu:

$$\varphi_i = \varphi + 57{,}3\,\frac{J_w x_s - J_{w1} r_a}{E_0}$$

$$= 36{,}8^0 + 57{,}3\,\frac{50{,}5 \cdot 4{,}5 - 37{,}9 \cdot 0{,}94}{1845} = 36{,}8^0 + 5{,}6^0 = 42{,}2^0.$$

Somit wird

$$AW_e = 1060\, J \sin\varphi_i = 1060 \cdot 63{,}2 \cdot 0{,}674 = 47\,700.$$

Trägt man $\overline{A'B'} = 3460$ Volt in die Leerlaufcharakteristik (Fig. 43) und $\overline{B'D'} = \frac{AW_e}{3072} = \frac{47\,700}{3072} = 15{,}85$ Ampère ein, so wird der Erregerstrom $i'_e = 111{,}5$ Ampère und die von dieser bei Leerlauf induzierte verkettete EMK $\overline{FG'} = 3585$ Volt, also:

$$\frac{E_a - E_0}{E_0}\,100 = \frac{3585 - 3200}{3200}\,100 = 12\ \%$$

Spannungserhöhung bei $\cos\varphi = 0{,}8$.

Wirkungsgrad. Aus der Fig. 46 ergeben sich bei 50 Perioden die Reibungsverluste zu 8300 Watt und die Leerauverluste bei normaler Erregung ($E_a\sqrt{3} = 3330$ Volt) zu 28300 Watt; die Hysteresis- und Wirbelstromverluste machen also bei dieser Erregung 20000 Watt aus. Bei $\sqrt{3}\,E_a = 3460$ Volt werden dieselben Verluste gleich 22000 Watt. Der Wirkungsgrad ergibt sich unter Vernachlässigung der Reibungsverluste bei $\cos\varphi = 1$ zu:

$$\eta_G\ \% = \frac{m E_0 J}{m E_0 J + m J^2 r_a + W_0 + i_e^2 r_e}\,100$$

$$= \frac{280\,000}{280\,000 + 3 \cdot 50{,}5^2\ 0{,}94 + 20\,000 + 84{,}5^2\ 0{,}445}\,100$$

$$= \frac{280}{310{,}35} = 89{,}6\ \%$$

und bei $\cos\varphi = 0{,}8$ zu:

$$\eta'_G\ \% = \frac{m E_0 J \cos\varphi}{m E_0 J \cos\varphi + m J^2 r_a + W_0 + i'^2_e r_e}\,100$$

$$= \frac{280\,000}{280000 + 3 \cdot 63{,}2^2 \cdot 0{,}94 + 22000 + 111{,}5^2 \cdot 0{,}445}\,100$$

$$= \frac{280}{318{,}8}\,100 = 87{,}8\ \%.$$

Die maximale Leistung der Dreiphasenmaschine als Motor wird für $E_a = E_0$ erreicht, wenn der wattlose Strom:

$$J_w \cong \frac{E_0 z_3 - E_a r_a}{z_3^2} = E_0 \frac{z_3 - r_a}{z_3^2} = 1845 \frac{4{,}6 - 0{,}94}{4{,}6^3} = 320 \text{ Amp.}$$

Es ist dann:

$$J_{wl} \cong -\frac{1}{z_2^2 z_3} \{E_0 r_a (x_2 - x_3) + E_a (r_a^2 + x_2 x_3) - \sqrt{2 E_0 E_a r_a (x_2 - x_3)(r_a^2 + x_2 x_3)}\} = -104 \text{ Amp.},$$

also verhältnismäßig klein, weil x_2 und z_2 sehr groß sind. Es wird

$$W_{max} = m J_w [E_a + J_{wl} (x_2 - x_3)] = \mathbf{1120\ KW.}$$

Hätten wir für wattlose Ströme mit derselben Reaktanz wie für Wattströme gerechnet, so wäre nach Formel (18), S. 38:

$$W_{max} = m E_0^2 \frac{z - r_a}{z^2},$$

also für

$$z = z_3 = 4{,}6\ \Omega, \quad W_{max} = 1770 \text{ KW}$$

und für

$$z = z_2 = 11{,}04\ \Omega, \quad W_{max} = 840 \text{ KW}.$$

Die Impedanz z_3 des Wattstromes ist somit nicht allein maßgebend für die normale Leistung des Motors, wenn derselbe durch Pendeln außer Tritt fällt. — Die größte Winkelabweichung zwischen den beiden Vektoren E_0 und E_a, die für $E_a = E_0$ noch einen stationären Gang erlaubt, ergibt sich aus der Formel (54):

$$\sin(\varphi_i - \varphi) = \frac{J_w x_3 - J_{wl} r_a}{E_a} = \frac{320 \cdot 4.5 + 104 \cdot 0{,}94}{1845} = 0{,}835,$$

also

$$\varphi_i - \varphi = 56{,}5^0.$$

Da

$$tg\, \varphi_i = \frac{J_{wl}}{J_w} = -\frac{104}{320} = tg(-18^0),$$

wird bei der maximalen Leistung für $E_a = E_0$:

$$\varphi = 56{,}5^0 - 18^0 = 38{,}5^0,$$

d. h.

$$\cos \varphi = 0{,}783.$$

Die maximale Leistung des Dreiphasengenerators als Reaktionsmaschine ist nach Formel (53a):

$$W_{max} \cong m \frac{E_0^2 (x_2 - x_3)}{2 x_2 x_3} \left\{1 + \frac{r_a (x_2 - x_3)}{x_2 x_3}\right\} = \frac{3 \cdot 1845^2 \cdot 6{,}48}{2 \cdot 10{,}94 \cdot 4{,}5} \left\{1 + \frac{0{,}94 \cdot 6{,}48}{10{,}94 \cdot 4{,}5}\right\} = \mathbf{750\ KW},$$

also eine sehr beträchtliche Leistung. Die große Reaktanz x_2 des wattlosen Stromes macht nämlich diese Stromkomponente sehr klein und die Maschine kann bei jeder Erregung sich leichter der Netzspannung, ohne großen wattlosen Strom aufzunehmen, anpassen.

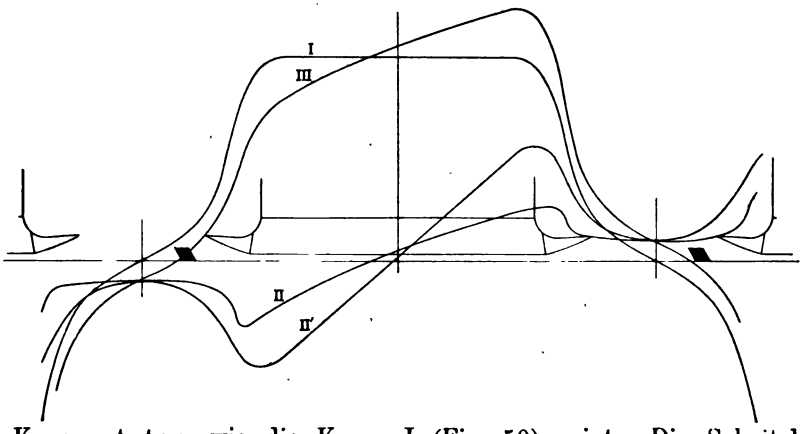
Kapitel VI.

Gleichstrommaschinen.

In einer Gleichstrommaschine liefern, wie in einer Synchronmaschine, das Erregerfeld und das Ankerfeld übereinander gelagert ein resultierendes Feld. Kurve I der Fig. 49 zeigt die Feldkurve des Erregerfeldes einer modernen gut gesättigten Maschine und Kurve II die Feldkurve des sich darüber lagernden Ankerfeldes, welches fast um 90° gegenüber dem Erregerfelde verschoben ist. Kurve III ist die Feldkurve des resultierenden Feldes und ergibt sich durch Superposition der Kurven I und II. Kurve II′ stellt das Feld bei kurzgeschlossenem Anker dar.

Geht man von einem Punkt des Kommutators aus und trägt die Spannung zwischen diesem und jedem anderen Punkte als Funktion des Kommutatorumfanges auf, so erhält man eine fast sinusförmige Kurve, die sogenannte Potentialkurve am

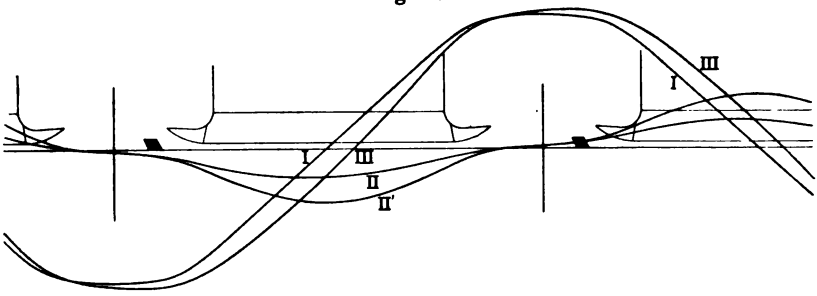
Fig. 49.



Kommutator, wie die Kurve I (Fig. 50) zeigt. Die Scheitel dieser Potentialkurve fallen mit den neutralen Zonen des Erreger-

feldes — d. h. dort, wo das Feld seine Richtung ändert — zusammen. Kurve I der Fig. 50 entspricht der Feldkurve bei Leerlauf, Kurve II der des Ankerfeldes, Kurve III der bei Belastung und Kurve II′ der bei kurzgeschlossenem Anker. Die Kurve III dieser Figur ergibt sich also auch durch Superposition aus den

Fig. 50.



Kurven I und II und ist gegenüber der Kurve I verschoben. Betrachten wir nun denjenigen Teil der Potentialkurve I, der unter den Bürsten liegt, so ändert sich derselbe etwas durch das Auflegen breiter Bürsten auf den Kommutator, da innere Ströme in den kurzgeschlossenen Ankerspulen entstehen. Die Deformation der Potentialkurve unter den Bürsten — herrührend von diesen inneren Strömen — hängt von dem Bürstenmaterial ab und ist bei Kohlenbürsten, die nicht sehr weich sind, verhältnismäßig klein, wie sowohl eine Rechnung als auch das Experiment zeigt. Darauf näher einzugehen, würde aber hier zu weit führen. Übrigens werden diejenigen Teile der Potentialkurven II und III, die unter den Bürsten liegen, in entsprechender Weise durch innere Ströme deformiert, so daß auch unter Berücksichtigung der Deformation der inneren Ströme auf den Potentialkurven die Kurve III sich aus den Kurven I und II durch Superposition ergeben würde. Dies ist aber nur dann streng gültig, wenn der Übergangswiderstand zwischen Bürste und Kommutator bei allen drei Kurven derselbe ist. Bei Kohlenbürsten ist dies nicht der Fall; da aber die Deformation der Potentialkurve, wie erwähnt, nicht groß ist, so wird die Annahme konstanten Übergangswiderstandes für diese inneren Ströme keinen großen Fehler herbeiführen. In der Tat zeigt das Experiment, daß selbst unter Berücksichtigung dieser Deformation die Kurve III sich mit genügender Genauigkeit aus den Kurven I und II durch Superposition ableiten läßt. — In den Kurven (Fig. 51, und 52 a. f. S.), die von Herrn Dipl.-Ing. K. Czeija gelegentlich seiner Doktorarbeit aufgenommen worden und mir freundlichst zur Verfügung gestellt sind, stellen

die Kurven I die bei Leerlauf, die Kurven II die bei Kurzschluß und die Kurven III die bei Belastung unter den Bürsten aufgenommenen Potentialkurven dar, während die Kurven III′ sich

Fig. 51.

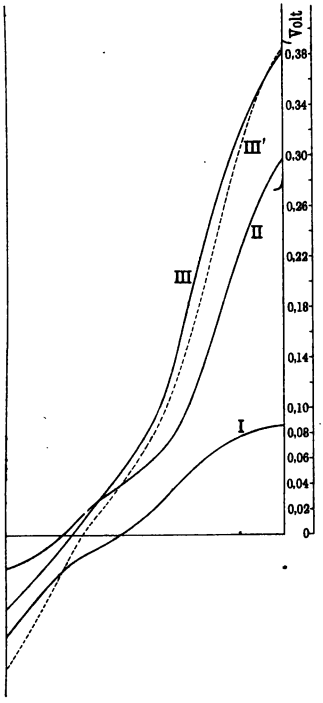
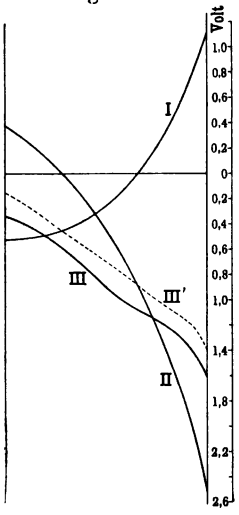


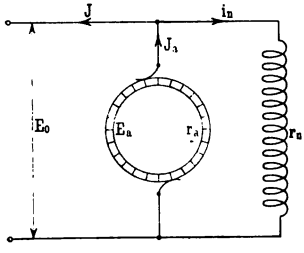
Fig. 52.



durch Superposition aus den Kurven I und II ergeben. Die Kurven (Fig. 51) sind bei einer Maschine mit Kupferbürsten und die Fig. 52 bei einer mit Kohlenbürsten aufgenommen worden.

Von den Gleichstrommaschinen wollen wir hier nur die Nebenschlußmaschine betrachten; denn alles, was sich über diese sagen läßt, kann sinngemäß auch auf die anderen übertragen werden. Die Fig. 53 zeigt die Schaltung der Nebenschlußmaschine. An den Klemmen derselben haben wir die Spannung E_0 und in der Ankerwicklung wird eine EMK E_a induziert. Der Ankerstrom ist J_a, der Erregerstrom i_n und der totale Strom J. Wir haben somit

Fig. 53.



$$E_0 - E_a = \pm J_a r_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

und

$$J_a - J \; = \pm i_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

Das obere Vorzeichen bezieht sich auf Generatoren, das untere auf Motoren.

1. Leerlauf:

Man treibt zuerst die Maschine mit normaler Geschwindigkeit an und mißt bei verschiedenen Felderregungen die im Anker induzierte EMK E_a und den Erregerstrom i_n. E_a als Funktion von i_n oder $i_n w_n$ aufgetragen, gibt uns die Leerlaufcharakteristik. Ist der Antriebmotor geeicht, so kann auch die der Nebenschlußmaschine zugeführte Leerlaufarbeit W_0 gemessen werden. Ist die Maschine direkt mit einer Dampfmaschine gekuppelt, so läßt sich der Leerlaufverlust am einfachsten dadurch bestimmen, daß man die Pleuelstange abkuppelt und die Maschine als Nebenschlußmotor unter normaler Spannung und bei normaler Tourenzahl laufen läßt. Die dem leerlaufenden Motor zugeführte elektrische Leistung vermindert um den Verlust $J_0^2 r_a$ im Ankerkupfer, gibt uns den Leerlaufverlust. — Um diesen in seine einzelnen Beträge zu zerlegen, kann man, wie bei den Wechselstrommaschinen, die Auslaufmethode benutzen.

Außerdem nimmt man bei Leerlauf die Potentialkurven unter den Bürsten auf, in welchen aber bereits die von den inneren Strömen der kurzgeschlossenen Spulen herrührende Deformation berücksichtigt ist.

2. Kurzschluß:

Treibt man die Maschine als Generator an, erregt das Feld ganz schwach mittels einer fremden Stromquelle und schließt die Klemmen der Maschine kurz, so wird in der Ankerwicklung ein großer Strom fließen. Durch passende Einregulierung des Erregerstromes kann man den normalen Strom J_0 im Anker erhalten. Mißt man die der Maschine zugeführte Leistung und subtrahiert davon die Reibungsverluste, so erhält man den Kurzschlußverlust

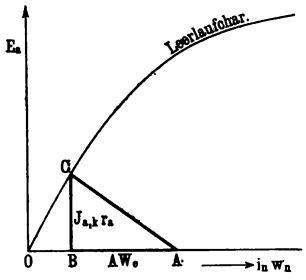
$$W_k = J_{a,k}^2 r_a,$$

woraus der effektive Widerstand r_a des Ankerstromzweiges sich berechnen läßt. Ist die Gleichstrommaschine mit der Dampfmaschine direkt gekuppelt, so wird die Pleuelstange abgekuppelt und die Maschine als Motor auf Tourenzahl gebracht. Man verfährt nun genau in der gleichen Weise wie bei den Wechselstrommaschinen und ermittelt aus der Auslaufkurve bei Kurzschluß den Kurzschlußverlust. Die Auslaufkurve der kurzgeschlossenen fremderregten Gleichstrommaschine kehrt ihre konvexe Seite nach unten, weil der Kurzschlußstrom mit Abnahme der Tourenzahl schnell sinkt. Es ist mit Rücksicht auf die großen elektromagnetischen Energien der stromdurch-

flossenen Feld- und Ankerwicklung nötig, den Erregerstrom allmählich zu verkleinern und die Klemmen der Ankerwicklung nach und nach kurz zu schließen, da sonst ein starkes Feuern unter den Bürsten entstehen würde. Das allmähliche Aus- und Einschalten braucht trotzdem nur wenige Sekunden in Anspruch zu nehmen, und da man die Maschine auf eine höhere als die normale Tourenzahl bringen kann, bevor man ausschaltet, so kann stets eine genügend lange Auslaufzeit erreicht werden.

Hat man so auf die eine oder andere Weise den effektiven Widerstand r_a bestimmt, so trägt man den Spannungsabfall $J_{a,k} r_a = \overline{BC}$ in die Leerlaufcharakteristik (Fig. 54) ein. Ist $\overline{OA} = i_{n,k} w_n$ die Feldampèrewindungszahl bei Kurzschluß, so gibt uns $\overline{AB}$ die entmagnetisierenden Ampèrewindungen AW_2 des Ankers an. Diese sind gleich Null, wenn die Bürsten genau in der geometrisch neutralen Zone eingestellt werden. Da man aber bei modernen Maschinen konstante Bürstenstellung vom Leerlauf bis Vollast verlangt, so dürfen die Bürsten nicht in der neutralen Zone stehen, sondern müssen in das Feld hineingeschoben werden, wodurch das Ankerfeld nun nicht mehr um 90°, sondern um etwas weniger gegen das Erregerfeld verschoben wird. Aus diesem Grunde ist deshalb das Ankerfeld nicht mehr allein ein quermagnetisierendes, sondern auch ein entmagnetisierendes Feld.

Fig. 54.



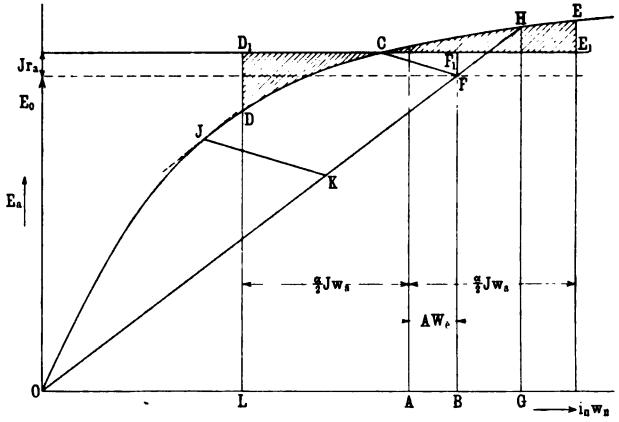
Außerdem nimmt man bei kurzgeschlossener Ankerwicklung die Potentialkurve unter den Bürsten auf. Diese entspricht der Kurve II (Fig. 52) mit Berücksichtigung der Deformation, die von den in den kurzgeschlossenen Spulen fließenden Strömen herrührt.

3. Spannungserhöhung:

Man trägt zuerst die bei Belastung im Anker zu induzierende EMK $E_a = E_0 + J_a r_a \cong E_0 + J r_a$ in die Leerlaufcharakteristik (Fig. 55) ein. Um den Einfluß der Quermagnetisierung auf die Felderregung bei Belastung zu berücksichtigen, nimmt man sodann (siehe E. Arnold, Die Gleichstrommaschine I, S. 255) die Größe $\alpha J w_a$ in den Zirkel und trägt dieselbe so an, daß die schraffierten Flächen CDD_1 und CEE_1 einander gleich werden. α ist das Verhältnis von Polbogen zur Polteilung, und $J w_a$ sind die totalen

Ankerampèrewindungen. Der Halbierungspunkt von $\overline{DE}$ liefert uns dann den Punkt A. Addiert man zu $\overline{OA}$ die entmagnetisierenden Ampèrewindungen $AW_e = \overline{AB}$, die ja durch den

Fig. 55.



Kurzschlußversuch ermittelt wurden, so erhält man die Feldampèrewindungen $\overline{OB} = i_n w_n$ bei Belastung.

Bei Entlastung der Maschine bekommt man, da die Spannung nach der Geraden $\overline{OF}$ ansteigt, die Klemmenspannung $E_a = \overline{GH}$. Es wird somit die prozentuale Spannungserhöhung gleich:

$$\varepsilon\,\% = \frac{E_a - E_0}{E_0}\,100 = \frac{\overline{GH} - \overline{BF}}{\overline{BF}}\,100 \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Die obige Berücksichtigung der Quermagnetisierung ist zwar nur eine angenäherte, gibt aber doch ziemlich gut übereinstimmende Werte mit den experimentell ermittelten.

4. Maximale Leistung:

Die Tangente an der Leerlaufcharakteristik parallel zu der Geraden $\overline{OF}$ berührt diese im Punkt J. Zieht man ferner parallel zu $\overline{CF}$ eine Gerade durch J, so schneidet diese die Gerade $\overline{OF}$ in K und $\overline{JK}$ ist ein Maß für den maximalen Strom:

$$J_{max} = \frac{\overline{JK}}{\overline{CF}}\,J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

den die Nebenschlußmaschine zu liefern vermag. $J_{max} . \overline{KL}$ ist dann die maximale Leistung der Nebenschlußmaschine, oder

$$W_{max} = J_{max} . \overline{KL} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

5. Wirkungsgrad:

Die Verluste bei Vollast setzen sich aus den Eisen- und Reibungsverlusten und aus den Verlusten durch Stromwärme im Anker, in den Feldmagneten und am Kommutator zusammen. Läßt man die Maschine als Motor laufen und mißt den Leerlaufverlust W_0 (der Verlust $J_0^2 r_a$ ist abgezogen) bei der Klemmenspannung $E_0 \pm J r_a$, so sind in diesem alle Reibungsverluste und die Eisenverluste entsprechend dem totalen Kraftfluß bei Belastung berücksichtigt. Ferner sind hierin auch die Verluste durch innere Ströme in der Ankerwicklung und in den Äquipotentialverbindungen, die von Unsymmetrien des Feldes herrühren, berücksichtigt. Mißt man ferner den Kurzschlußverlust W_k der Maschine (Reibungsverluste sind schon abgezogen), so sind in diesem die Verluste im Ankerkupfer und in den Äquipotentialverbindungen und am Kommutator, die von dem Ankerstrome bei Vollast herrühren, berücksichtigt. Außerdem werden in dem Kurzschlußverlust W_k die Eisenverluste des Ankerquerfeldes mit berücksichtigt. — Es ist jetzt nachzuweisen, daß die Eisenverluste des Ankerquerfeldes bei Kurzschluß nahezu gleich denen bei Vollast sind. Durch die Sättigung der Zähne, wie es in modernen Maschinen üblich ist, wird das Ankerfeld, welches hauptsächlich ein quermagnetisierendes Feld ist, viel schwächer bei Vollast (Kurve II) als bei Kurzschluß (Kurve II', Fig. 49). Die Eisenverluste nehmen aber nicht proportional der Induktion, sondern mit einer Potenz derselben, die zwischen 1,6 und 2 liegt, zu. Nehmen wir die Wirbelstromverluste gerade so groß wie die Hysteresisverluste an, was annähernd der Fall ist, so wachsen die Eisenverluste fast mit der 1,8ten Potenz der Induktion. Die Quermagnetisierung bedingt hauptsächlich eine Vergrößerung der Eisenverluste in den Zähnen. Bei Leerlauf sind die Eisenverluste der Zähne proportional $B_{z,0}^{1,8}$, bei Kurzschluß und Vollast proportional $B_{z,k}^{1,8}$ bzw. $B_{z,b}^{1,8}$. Sollen nun die Verluste in den Zähnen bei Vollast gleich der Summe von denen bei Leerlauf und Kurzschluß sein, so muß

$$B_{z,b}^{1,8} = B_{z,0}^{1,8} + B_{z,k}^{1,8}.$$

Den Feldkurven (Fig. 49) sind die folgenden Zahnsättigungen bei Leerlauf, Kurzschluß und Vollast zugrunde gelegt:

$$B_{z,0} = 22000, \quad \text{also} \quad B_{z,0}^{1,8} = 6{,}46 \cdot 10^7$$

und

$$B_{z\,k} = 12500, \qquad B_{z,k}^{1,8} = \mathbf{2{,}35 \cdot 10^7}$$

während

$$B_{z,0}^{1,8} + B_{z,k}^{1,8} = 8{,}81 \cdot 10^7,$$

$$B_{z,b} = 27000, \quad \text{also} \quad B_{z,b}^{1,8} = 9{,}34 \cdot 10^7.$$

Wie ersichtlich, sind die Zahnverluste bei Vollast fast gleich der Summe aus denen bei Leerlauf und Kurzschluß. Bei wenig gesättigten Zähnen ist $B_{z,b}^{1,8} > B_{z,0}^{1,8} + B_{z,k}^{1,8}$ und bei sehr stark gesättigten Zähnen ist das umgekehrte der Fall. In dem letzteren Falle treten aber wegen der hohen Sättigung der Zähne viele Kraftlinien in die Nuten hinein und erzeugen hier große Wirbelstromverluste in den massiven Leitern, so daß im ganzen die von dem Ankerfelde herrührenden Verluste bei Belastung eher größer als die bei Kurzschluß sind.

Was die Eisenverluste im Ankereisen betrifft, so sind diese bei Kurzschluß nicht groß. Bei Belastung tritt eine kleine Erhöhung der Eisenverluste, herrührend von dem Querfelde und dem Spannungsabfall Jr_a, auf. Da diese beiden Verluste von so mancherlei Verhältnissen abhängen, und zudem an und für sich klein sind, so soll hier auf einen Vergleich der Verluste im Ankereisen bei Kurzschluß mit der Erhöhung derselben vom Leerlauf bis Vollast nicht eingegangen werden. Der dadurch entstehende Fehler ist nicht groß.

Der Erregerstrom eines Generators bei Belastung ergibt sich aus den Feldampèrewindungen $\overline{OB} = i_n w_n$ (Fig. 55) bei Belastung. Es kann also der Verlust im Erregerkupfer gleich $i_n^2 r_n$ berechnet werden. Der Erregerstrom eines Motors ist bei Vollast fast derselbe wie bei Leerlauf.

Der Wirkungsgrad eines Generators ist:

$$\eta_G \,\% = \frac{E_0 J}{E_0 J + W_0 + W_k + i_n^2 r_n} 100 \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

und der eines Motors:

$$\eta_M \,\% = \frac{E_0 J - W_0 - W_k - i_n^2 r_n}{E_0 J} 100 \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

6. Kommutation:

Wir haben oben den Verlust durch Stromwärme unter den Bürsten bei Vollast gleich dem bei Kurzschluß gesetzt. Dies ist nur annähernd der Fall; denn im allgemeinen sind die inneren Ströme in den kurzgeschlossenen Spulen bei Kurzschluß größer als die bei Belastung und verursachen deswegen größere zusätzliche Verluste am Kommutator. Mit den zunehmenden Verlusten und der infolge derselben zunehmenden Erwärmung am Kommutator vermindert sich der Übergangswiderstand, allerdings nur um ein weniges. Wegen dieser inneren Ströme gestaltet sich auch die Kommutation bei Kurzschluß ungünstiger als bei Vollast, wo ein kommutierendes Feld vorhanden ist, und wo das

Ankerfeld kleiner ist als bei Kurzschluß. Im allgemeinen werden die Gleichstrommaschinen bei Belastung den normalen Strom ohne Bürstenverstellung kommutieren, wenn sie bei derselben Bürstenstellung im Kurzschluß zwei Drittel des normalen Stromes kommutieren können. Soll deswegen eine Maschine 50 Proz. Überlastung ohne Bürstenverstellung und Funkenbildung am Kommutator ertragen können, so muß sie bei derselben Bürstenstellung den vollen Strom im Kurzschluß funkenfrei kommutieren können. — Da bei Belastung einige vom Ankerstrom herrührende Verluste größer und andere kleiner sind als die bei kurzgeschlossenem Anker auftretenden Verluste, so werden die Gesamtverluste bei Belastung fast genau gleich der Summe von denen bei Leerlauf und Kurzschluß. Dies ist auch durch Versuche von Prof. Arnold und dem Verfasser bestätigt worden (siehe weiteres darüber E. Arnold, Die Gleichstrommaschine II). Kann die Maschine nicht den vollen Strom funkenfrei im Kurzschluß kommutieren, so soll der effektive Widerstand r_a bei zwei Dritteln der normalen Belastung bestimmt werden; denn bei dieser Belastung kann man wenigstens fordern, daß die Maschine im Kurzschluß beliebig lange Zeit funkenfrei arbeitet.

Kapitel VII.

Schlußwort.

Im Vorhergehenden ist durch Rechnung und Versuch gezeigt worden, wie man in verhältnismäßig einfacher Weise das ganze Verhalten aller elektromagnetischen Maschinen und Arbeitsübertragungsleitungen durch Leerlauf- und Kurzschlußversuche festlegen kann. Die Versuche nehmen wenig Zeit in Anspruch und lassen sich mittels Voltmeter, Ampèremeter, Wattmeter und einer Uhr durchführen. Diese Meßapparate werden heutzutage alle so exakt ausgeführt, daß man selbst für wissenschaftliche Messungen mit der Genauigkeit derselben zufrieden sein darf.

Ein kleiner Fehler in den Messungen oder eine Vernachlässigung kleiner Größen in den Rechnungen hat außerdem nur sehr wenig Einfluß auf die Endresultate, weil die ganze Meßmethode eine indirekte ist. Macht z. B. der Leerlaufverlust

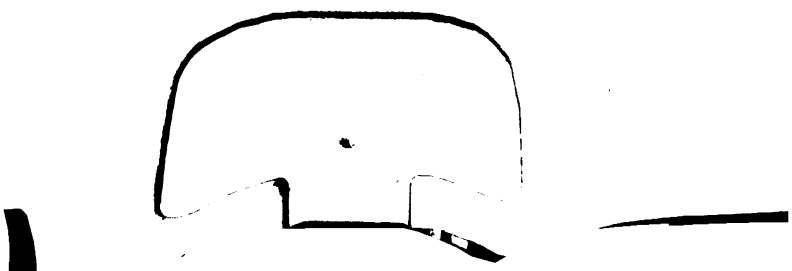
4 Proz. von der normalen Leistung aus, so wird ein Fehler von 10 Proz. in der Bestimmung derselben nur einen Fehler von 0,4 Proz. in dem Wirkungsgrad zur Folge haben. Ferner läßt diese Methode, die überall anwendbar ist, eine systematische und einheitliche Untersuchung aller Maschinen zu, was besonders von Wert ist bei Aufstellung von Normalien für elektrische Maschinen.

Zuletzt soll noch bemerkt werden, daß die Erhöhung der stationären Temperatur einer Maschine über diejenige der Umgebung angenähert proportional den Verlusten in derselben ist. Wir haben gesehen, daß die Verluste sich hauptsächlich aus den Leerlauf- und Kurzschlußverlusten zusammensetzen. Jeder dieser Verluste bedingt eine Temperaturerhöhung und da das Verhältnis zwischen Temperaturerhöhung und Verlust nahezu konstant ist, so braucht man nur die Temperaturerhöhungen ΔT_0 und ΔT_k, die sich bei Leerlauf bzw. Kurzschluß ergeben, zu addieren, um die resultierende Temperaturerhöhung ΔT_b der Maschine bei Belastung zu bestimmen. Selbst dann, wenn man auf diese Weise nicht exakte Werte erhalten kann, wird man doch durch Messung dieser beiden Werte einen sicheren Anhaltspunkt bekommen. Es kann also gesetzt werden:

$$\Delta T_b \cong \Delta T_0 + \Delta T_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

Man ist dadurch imstande, Maschinen ohne kostspielige Dauerbelastungen eingehend zu untersuchen.

Die Asynchronmotoren wird man selbstverständlich im Kurzschluß nicht stillstehen lassen, sondern dieselben mechanisch im entgegengesetzten Sinne des Drehfeldes antreiben und zwar mit der normalen Tourenzahl. Das Verhältnis zwischen dem Sekundär- und dem Primärstrome weicht bei dieser Arbeitsweise des Motors so wenig von dem bei Kurzschluß ab, daß der Kurzschlußverlust in beiden Fällen derselbe ist.

Karlsruhe, 28. April 1903.

J. L. la Cour.